ભૂમિતિની ભૂમિકા

લેખક:

ચીમનભાઇ ડાહ્યાભાઈ પટેલ

પ્રકાશક:

સી. એચ. દવે એન્ડ કું

(બુકસેલર્સ અને પબ્લીશર્સ)

આણંદ

મૂલ્ય ચાર આના

ભૂમિતિની ભૂમિકા

લેખક:
ચીમનભાઇ ડાહ્યાભાઈ પટેલ

પ્રકાશક:
સી. એચ. દવે એન્ડ કુ.
(બુકસેલર્સ અને પબ્લીશર્સ)
આણંદ

મૂલ્ય ચાર આના

આવૃત્તિ પહેલી: ૧૦૦૦
૧૯૨૯

મુદ્રણસ્થાન:
ચરોતર પ્રિન્ટિંગ પ્રેસ,
લીમડી બઝાર,
આણંદ

સમાવેશ

ભૂમિતિની ભૂમિકા

પાઠ ૧

સાધનોનો પરિચય

(૧)

ચાલો, પહેલાં તો આપણાં સાધનોને ઓળખીએ: સાધનપેટી ઉઘાડો.

આ પટ્ટીને તો ઓળખો છો ને? સીધી રેખા–સુરેખા–દોરવાને એ કામ આવે તે તો જાણતા જ હશો; પરંતુ તેની ઉપર આ આંકડા શેના છે તે જાણો છો?

જુઓ: આ એક ધારે મોટાં ખાનાં આંકેલાં છે તે ઇંચ માપનાં છે, અને બીજી ધારે આ નાનાં ખાનાં આંકેલાં છે તે સેન્ટિમિટર માપનાં છે. આપણે અમુક માપની–અમુક ઇંચની કે અમુક સેન્ટિમિટરની–સુરેખા દોરવી હોય તો એ ખાનાં કામ આવે, ખરું કે નહિ?

અને દોરેલી કોઇ પણ સુરેખા કેટલા માપની છે તે જાણવું હોય તો પણ એ કામ આવે, ખરું ને?

તો હવે ત્રણ ઇંચની એક સુરેખા દોરી લાવો.

ઠીક; એને હવે સેન્ટિમિટરમાં માપી લાવશો? પણ જુઓ: દરેક સેન્ટિમિટરના ખાનામાં દશ નાનાં મીલિમિટરનાં ખાનાં છે. એટલે માપ લેતાં પૂર્ણાંક સેન્ટિમિટર ઉપર જેટલાં મીલિમિટરનાં ખાનાં વધે તેટલી સંખ્યાને પૂર્ણાંકના આંકડા પાછળ દશાંશ રૂપે મૂકવી પડશે. હવે માપતાં આવડશે ને?

તો ઠીક: જે માપ આવે તે સુરેખા નીચે ટાંકી લ્યો, અને માપના આંકડા પાછળ "સે. મિ." લખો. તેમ કરવાનું કારણ તો સમજ્યા ને ?

ઠીક. હવે આઠ સે. મિ. ની એક સુરેખા દોરી તેને ઇન્ચમાં માપી લાવો. દરેક ઇન્ચમાં પણ દશ ખાનાં છે. એટલે એમાં પણ નાનાં ખાનાંની સંખ્યા દર્શાવવા દશાંશ જ વાપરશો ને ?

તો એ માપ પણ સુરેખા નીચે ટાંકી લ્યો,–આ વખતે તો આંકડા પાછળ "ઇન્ચ" લખવાને બદલે તેના ઉપર ઇન્ચનું ચિહ્ન (") મૂકશો તો પણ ચાલશે.

ઠીક. હવે જુઓ: ધારેલા અમુક ઇન્ચમાપની હું એક સુરેખા દોરૂં છું. મારૂં ધારેલું માપ શું હશે તે એને માપીને તમે કહી શકશો ?

તો હવે તમે જ ધારેલા માપની સુરેખાઓ દોરો, અને "ઇન્ચમાપ" કે "સેન્ટિમિટરમાપ" એટલું કહી તેમનું માપ શોધી લાવવાને તમારા સાથીઓને નિમંત્રો. પણ સંભાળજો, ચોકસાઈથી દોરજો અને માપજો, નહિ તો માપ મળતાં નહિ આવે; અને માપ મળતાં આવે એટલે સુરેખાઓ નીચે ટાંકી લેવાનું તો ભૂલશો જ નહિ.

ઠીક; હવે બીજાં સાધનો લઇએ.

આ 'પરિકર'ને ઓળખો છો ?–જુઓ, એનાં પાંખાં ઓછાંવત્તાં પહોળાં કરી નાનાંમોટાં વર્તુલો દોરી બતાવું.

તમને પણ દોરતાં આવડે ને ? તો બે જુદા જુદા કદનાં વર્તુલો દોરી લાવો.

તો હવે વર્તુલના કદનો આધાર શેના ઉપર છે તે મને કહી શકશો ?

તો આપણે એ પાંખાંની અણીઓ વચ્ચેનું અન્તર અમુક માપનું જ રાખીએ તો વર્તુલ પણ અમુક માપનું જ આવે કે નહિ ?

તો હવે એ અન્તર બે ઇન્ચ જેટલું રાખીને એક વર્તુલ દોરો.

હવે એ વર્તુલના મધ્યબિન્દુમાંથી—કેન્દ્રમાંથી—તેના પરિઘ સુધી ત્રણ ચાર સુરેખાઓ દોરો અને તેમને માપો.

કેમ, કેટલું માપ થાય છે? તેમ થવાનું કારણ આપી શકશો?

તો હવે કેન્દ્રમાંથી બીજી ગમે તેટલી સુરેખાઓ પરિઘ સુધી તમે દોરો તો તે સર્વેનું માપ પણ તેટલું જ રહે ને?

કેન્દ્રથી પરિઘ સુધીના એ કાયમ માપને 'ત્રિજ્યા' કહેવાય; તો હવે અમુક માપની ત્રિજ્યાવાળું વર્તુલ દોરી લાવવાનું તમને કહ્યું હોય તો તમને આવડે કે નહિ?

તો જુદા જુદા માપની ત્રિજ્યાવાળાં બે ત્રણ વર્તુલો દોરો, અને દરેકની અંદર કેન્દ્રથી પરિઘ સુધી એક એક સુરેખા મૂકી તેના ઉપર ત્રિજ્યાનું માપ ટાંકો. હવેથી એવી સુરેખાને પણ આપણે ત્રિજ્યા જ કહીએ તો ચાલે ને?

ઠીક; હવે પરિકર જેવો આ 'વિભાજક' લઇએ: એનો તે શો ઉપયોગ હશે એમ તમને આશ્ચર્ય થાય છે, ખરું?

પણ જુઓ; આ નાની મોટી બે સુરેખાઓ દોરીને નાની જેટલો ભાગ મોટીમાંથી હું એના વડે કાપી લઉં છું. કેમ, પટ્ટીવડે નાની સુરેખા માપીને પછીથી તેટલું માપ મોટીમાંથી કાપી લેવા કરતાં આ રીત સહેલી પડે કે નહિ?

તે જ પ્રમાણે બે સુરેખાઓ સરખી છે કે નહિ તે માપીને નક્કી કરવા કરતાં વિભાજક વડે નક્કી કરવું વધારે સુગમ પડે,—ખરું કે નહિ?

વળી ધારો કે આપણી પાસે છુટી પટ્ટી ન હોય પણ આપણી પાસેના પુસ્તકમાં પટ્ટીની પ્રતિમા હોય અથવા તો ભીંતે જડી દીધેલી પટ્ટી હોય, તો ત્યારે પણ આપેલી સુરેખાનું માપ જાણવા વિભાજક કામ આવે કે નહિ?

મનોયત્ન

૧ ૫" લાંબી એક સુરેખા **अब** દોરો. તેમાંથી **अक**=૩" અને **बड**=૩" કાપો. **कड** માપો.

૨ સુરેખા **अब**=૩" દોરો. **अ** કેન્દ્રથી ૨" ત્રિજ્યા વડે એક વર્તુલ દોરો. **ब** કેન્દ્રથી તે જ ત્રિજ્યા વડે બીજું વર્તુલ દોરો. સુરેખાના બનેલા વિભાગ માપો.

૩ આઠ સે. મિ. લાંબી એક સુરેખા દોરો. તેના બન્ને છેડાએ અનુક્રમે કેન્દ્ર લઇ ૭ સે. મિ. ત્રિજ્યાવાળાં વર્તુલો દોરો. વર્તુલોનાં છેદબિન્દુઓ જોડો. સુરેખાના બનેલા ચારેય વિભાગ માપો.

૪ **अ** કેન્દ્રથી ૫ સે. મિ. ત્રિજ્યાનું એક વર્તુલ દોરો. તે જ કેન્દ્રથી એક ૩ સે. મિ. ત્રિજ્યાનું અને બીજું ૨ સે. મિ. ત્રિજ્યાનું એમ બે વર્તુલો દોરો. મૂળ વર્તુલમાં **अब** એક ત્રિજ્યા મૂકો. વર્તુલોના પરિઘ વચ્ચે કપાયેલા **अब**ના વિભાગ માપો.

૫ સુરેખા **अब** માંથી વિભાજક વડે **अक** અને **बड** સરખા ભાગ કાપી નાખો. **अड** અને **बक** ભાગ પણ સરખા થાય છે કે નહિ તેની વિભાજક વડે જ ખાત્રી કરો.

૬ એક સુરેખા દોરો. તેની બન્ને બાજુથી વિભાજક વડે સરખું અન્તર કાપી નાખો. અન્તર કાપતાં સુરેખાનો ભાગ વચમાં વધે તેમાંથી ફરી એ પ્રમાણે બની શકે તેટલું સરખું અન્તર અન્તર કાપો. સુરેખાનું મધ્યબિન્દુ હવે બતાવી શકશો? માપીને ખાત્રી કરો.

૭ એક સુરેખા દોરો. તેના છેડાએ વારા ફરતી કેન્દ્ર લઇ સરખી ત્રિજ્યાનાં બે વર્તુલો દોરો. વર્તુલોનાં છેદબિન્દુઓ જોડનાર સુરેખાથી એ સુરેખાના બનતા વિભાગ માપો.

આ અનુભવ ઉપરથી હવે કોઇપણ સુરેખાને માપ્યા સિવાય તમે તેને દુભાગી શકો કે નહિ. ?

પાઠ ૨

સાધનોનો પરિચય

(૨)

આજે આપણે આ રમુજી સાધનને ઓળખીએ; એનું નામ 'કોણમાપક.'

પણ 'કોણ' કોને કહેવાય તે જાણો છો?—જુઓ, આ બે સુરેખાઓ એક બિન્દુએ મળે તેમ મૂકું છું: એ બે વચ્ચે ખુણા જેવું કાંઇ લાગે છે? આ બીજી બે એ જ રીતે મૂકું છું: એ બે વચ્ચે પણ ખુણા જેવું લાગે છે? તો એ ખુણાને જ કોણ કહેવાય. ચાલો, એ બેમાંથી મોટો કોણ કયો બન્યો તે કોણમાપકથી નક્કી કરીએ.

જુઓ, આ કોણની અણી આગળ કોણમાપકનું મધ્ય મૂકી તેની એક ભુજા સરતો તેનો પાયો હું ગોઠવું છું. હવે એ ભુજાથી પેલી ભુજા સુધીના અન્તરને કોણમાપક ઉપરના આંકડાઓ વડે માપવા માંડું છું. બીજી ભુજા આગળ જે આંકડો આવ્યો તેને કોણના માપ તરીકે ટાંકી લઉં છું.

આ બીજા કોણને પણ એ જ પ્રમાણે માપું છું. જુઓ, માપ મોટાં નાનાં થયાં તે પ્રમાણે કોણો પણ મોટા નાના લાગે છે ને?

ઠીક. હવે જુઓ: આ નાના કોણની ભુજાઓ લંબાવું છું, અને આ મોટા કોણની ભુજાઓ થોડીક કાપી નાખું છું. તમે શું ધારો છો,—કોણોનાં માપ બદલાયાં હશે કે એનાં એ જ રહ્યાં હશે?

ચાલેા, કેાણમાપકને જ પૂછી જોઈએ.

જુએા, કેાણમાપક પ્રમાણે તેા માપ એનાં એ જ રહે છે! ત્યારે કેાણનું માપ તેની ભુજાઓની લંબાઈ ઉપર આધાર નથી રાખતું એટલું તેા નક્કી થયું જ ને?

તેા પછી તે શેના ઉપર આધાર રાખે છે?—જુએા, આ વિભાજકનાં પાંખાં હું સ્હેજ પહેાળાં કરૂં છું, હવે વધારે પહેાળાં કરૂં છું, હવે એથી યે વધારે પહેાળાં કરૂં છું; જેમ પાંખાં વધારે દૂર વળે છે તેમ તેમની વચ્ચેનેા કેાણ મેાટેા થતેા લાગે છે કે નહિ?

તેા હવે આ કેાણને મેાટેા બનાવવેા હેાય તેા શું કરવું જોઇએ? અને નાનેા બનાવવેા હેાય તેા શું કરવું જોઇએ?

પણ હવે તેા તમે કેાણમાપક વાપરવા અધીરા બન્યા હશેા, ખરૂં? ઠીક; તેા એને હાથમાં લઇ એકવાર બરાબર નિહાળેા. જુએા, એની બન્ને બાજુથી ચઢતા ક્રમમાં આંકડા ગેાઠવેલા છે: બન્ને બાજુથી કેમ આ ગેાઠવેલા છે તે સમજાય છે? જુએા, કેાણની અણી ડાબી બાજુ તરફ હેાય ત્યારે આપણે જમણી બાજુથી ગણવું પડે, અને અણી જમણી બાજુ તરફ હેાય ત્યારે ડાબી બાજુથી ગણવું પડે,—હવે સમજ્યા ને?

ઠીક, તેા હવે ત્રણ ચાર કેાણેા દેારી તેમને માપવા માંડેા, પણ સાચવજો: એક ભુજાથી ૦°, ૧૦°, ૨૦° એમ ગણતાં ગણતાં બીજી ભુજાએ અનુક્રમે ચઢતા ક્રમનેા જે આંકડેા આવે તેને જ સ્વીકારજો, અને તે જ ઠેકાણે ઉતરતા ક્રમનેા બીજો આંકડેા આપેલેા હેાય તેને પડતેા મૂકજો.

દરેક કેાણમાં બીજી ભુજા ઉપર પણ કેાણમાપક મૂકીને માપી જુએા. માપ નક્કી થાય એટલે તેને કેાણમાં ટાંકી દ્યેા.

ઠીક, હવે આપેલા માપના કોણ તમે દોરી શકશો ?

તો ચાલો, ૮૦° નો કોણ બનાવી લાવો. આ વખતે પણ સુરેખા ઉપરથી ૦°, ૧૦°, ૨૦°, એમ કોણમાપક ઉપર ગણતાં અનુક્રમે જ્યાં ૮૦° આવે ત્યાં જ અટકજો, અને ત્યાં ચિહ્ન કરી કોણમાપકનું મધ્ય મૂકયું હોય તે બિન્દુએ જ એને જોડજો,–સુરેખાના બીજા છેડાએ તેને જોડી દેવાની ભૂલ જોજો કરતા !

ઠીક. હવે એ કોણને **अबक** નામ આપો,–**ब** કયાં મૂકશો તે કહેશો ? એ કોણને **कबअ** કહેવાય કે નહિ ? અને એની **अब** ભુજા ઉપર **स** બિન્દુ લીધું હોય તો તેને **सबक** અથવા **कबस** પણ કહેવાય કે નહિ ? અને **अक** ભુજા ઉપર **प** બિન્દુ લીધું હોય તો હજી કેટલી જુદી જુદી રીતે એનું નામ આપી શકાય ?

ઠીક. હવે બે ત્રણ જુદા જુદા ઘાટના કોણો દોરો. એમનું માપ આશરે ધારો, અને પછી કોણમાપકથી નક્કી કરો. ધારવામાં હવે ઓછી ભૂલ થાય તે માટે કોણમાપક ઉપરના આંકડાનાં સ્થળ ફરી નિહાળી જુઓ, અને બીજા બેત્રણ કોણો દોરી તેમનું માપ ધારો અને કોણમાપકથી નક્કી કરો.

હવે એથી ઉલટી ક્રિયા કરો. ૬૦°, ૮૦°, ૧૦૦°–એવા ધારેલા માપના કોણો આશરે દોરો, અને અડસટ્ટામાં કેટલી ભૂલ થઇ તે કોણમાપક વડે શોધી કાઢો.

હવે તો ઓછી જ ભૂલ થાય ને !

મનોયત્ન

૧ **अब** સુરેખામાં **क** બિન્દુ લ્યો. ∠ **अकम**=૧૦૦° અને ∠ **बकन**=૧૦૦° **अब**ની એકજ બાજુએ બનાવો. ∠ **मकन** માપો.

૨ ∠ **अबक**=૪૦° બનાવો. **अब**ની બીજી બાજુએ ∠ **अबड**=૧૪૦° બનાવો. ∠ **कबड** માપો.

૩ સુરેખા **अब**ની જુદી જુદી બાજુઓએ ∠ **अबम**=૧૨૦° અને ∠ **अबन**=૧૨૦° બનાવો. ∠ **मबन** માપો.

૪ એક સુરેખાને એક છેડે ૧૦૮°નો અને બીજે છેડે પણ ૧૦૮°નો એમ બે કોણ એક જ બાજુએ બનાવો. તેમની ભુજાઓ મળે ત્યાંસુધી તેમને લંબાવો. આકૃતિમાં વધેલા ત્રણેય કોણ માપો.

૫ એક વર્તુલ દોરી ૬૦°નો કોણ પરસ્પર બનાવે એવી બે ત્રિજ્યાઓ મૂકો. ત્રિજ્યાઓના છેડા જોડવાથી બનતા બે કોણો માપો.

૬ કોઇ પણ માપનો ∠ **अबक** દોરો. તેની ભુજાઓમાંથી **बम=बन** વિભાજકથી કાપો. **म** બિન્દુએ કેન્દ્ર લઇ કોઇ પણ ત્રિજ્યાનું વર્તુલ દોરો. **न** બિન્દુએ કેન્દ્ર લઇ તેટલી જ ત્રિજ્યાનું બીજું વર્તુલ દોરો. વર્તુલો છેદે તેમાંનું એક બિન્દુ **अ** સાથે જોડો. ∠ **अबक** ના બનેલા વિભાગ માપો.

કોઇ પણ કોણને માપ્યા સિવાય આ અનુભવની મદદથી તમે તેને દુભાગી શકો કે નહિ ?

૭ કોઇ પણ માપનો એક કોણ દોરી માત્ર પટ્ટી અને પરિકરની મદદથી તેના ચાર સરખા વિભાગ કરી લાવો. માપીને ખાત્રી કરો.

પાઠ ૩

સાધનોનો પરિચય

(૩)

હવે રહ્યાં આ 'કાટખુણિયાં'.

એમનું નામ એવું કેમ પડ્યું હશે તે જાણો છો?—જુઓ, કોણમાપકની બરાબર મધ્યમાં ૯૦° આવે છે, તે અંશના કોણને 'કાટખુણો' કહે. હવે જુઓ, આ કાટખુણો દોરી તેમાં કાટખુણિયાં ગોઠવી બતાવું: કેમ, બરાબર ગોઠવાઇ રહે છે ને?

હવે કાટખુણા તો આપણને જ્યાં ત્યાં નજરે પડે છે: આ પાટીઆના ખુણા, બારીબારણાંના ખુણા, પુસ્તકોના ખુણા—બધા ય કાટખુણા જ છે! જુઓ, કાટખુણિયાં ગોઠવીને ખાત્રી કરી જોઇએ.

તો અમુક કોણ કાટખુણો છે કે નહિ તે જાણવાને કાટખુણિયાં કામ આવે કે નહિ? કોણમાપક કરતાં એ બાબતમાં તે વધારે સગવડભર્યાં પણ નીવડે કે નહિ? અને કાટખુણા જેવા અગત્યના કોણ માટે એવા જુદા સાધનની જરૂર પણ ખરી કે નહિ?

ઠીક: હવે ધારો કે આ સુરેખા બહારના કોઇ બિન્દુમાંથી એ સુરેખાને કાટખુણે મળે એવી એક સુરેખા દોરવી છે. તો જુઓ, એ સુરેખા સરતી કાટખુણિયાની એક કાટખુણભુજ ગોઠવી તેની બીજી કાટખુણભુજ તે બિન્દુમાંથી જાય તેમ તેને ખસેડું છું, અને સુરેખા દોરી લઉં છું. કેમ, આપણે જોઇતી હતી તેવી સુરેખા આવી કે નહિ?

તેા તમે પણુ હવે એક બે સુરેખાએા દેારી તેમની બહાર બિન્દુએા લઇ તેમાંથી તેમના ઉપર એવી કાટખુણુસુરેખાએા દેારી લાવેા. એ કાટખુણુસુરેખાએાને 'લંબ' પણુ કહેવાય, તેા હવે કેાઇ પણુ બિન્દુમાંથી કેાઇ પણુ સુરેખાને લંબ દેારી લાવવાનું કહ્યું હેાય તેા તમને તે દેારી લાવતાં આવડે કે નહિ?

અને સુરેખામાં જ કેાઇ પણુ બિન્દુએ તે સુરેખાને લંબ દેારવા હેાય તેા તે પણુ આવડે કે નહિ? એક બે સુરેખાએા દેારી તેમાં બિન્દુએા લઇ દેારી લાવેા જોઇએ.

ઠીક; પણુ બે કાટખુણિયાંની શી જરૂર હશે એમ તમને પ્રશ્ન થાય છે, ખરૂં?

વારૂ, જુએા: આ એક સુરેખા દેારી તેના સરતી આ કાટખુણિયાની ભુજા ગેાઠવું છું; તેની બીજી ભુજાને અડકીને રહે તેમ આ બીજા કાટખુણિયાને ગેાઠવું છું; હવે બીજાને સ્થિર રહેવા દઇ પહેલાને તેના લગેાલગ ઉપર ખસેડું છું અને બીજી એક સુરેખા દેારૂં છું. જુએા, કાટખુણિયાં દૂર કરૂં છું, એ સુરેખાએા વચ્ચે કાંઇ સંબંધ લાગે છે?

એવી સુરેખાએાને 'સમાન્તર' સુરેખાએા કહે,—તેમ શાથી કહે તે જાણેા છેા? જુએા, આ બે સમાન્તર સુરેખાએા વચ્ચેનું અંતર માપવા હું તેમાંની એક સુરેખામાં ત્રણુ ચાર બિન્દુએા લઇ તેમાંથી બીજી ઉપર લંબ દેારૂં છું. એ લંબ હવે માપું છું: બધાં માપ સરખાં જ થાય છે. સુરેખાએા વચ્ચેનું અંતર એ પ્રમાણે સરખું—સમ—રહે છે, માટે તેમને સમાન્તર સુરેખાએા કહેવાય. અને અંતર સરખું જ રહે એટલે તેમને ગમે તેટલી લંબાવીએ તેા પણુ તેએા મળે જ નહિ. હવે સમજ્યા ને?

તો હવે તમે એવી સુરેખાઓ દોરી લાવશો? સ્હેજ વિચાર કરીને કાટખુણિયાં ગોઠવશો અને ફેરવશો એટલે આવડશે જ, તો દોરી લાવો.

ઠીક, હવે અમુક અન્તરે સમાન્તર સુરેખાઓ દોરવાનું કહ્યું હોય તો કાટખુણિયાં ઉપર આંકેલાં માપની મદદથી તમે તે પ્રમાણે દોરી શકો કે નહિ? અને સ્થિર રહેનાર કાટખુણિયાને બદલે પટ્ટી મૂકીને પણ દોરી શકો કે નહિ?

તો પટ્ટી મૂકીને બે ઇન્ચ જેમની વચ્ચે અન્તર છે એવી બે સમાન્તર સુરેખાઓ દોરી લાવો.

ઠીક; પણ જ્યારે પટ્ટીથી કામ ચાલી શકે છે ત્યારે બીજા કાટખુણિયાની શી જરૂર એમ હજી તમને પ્રશ્ન થાય છે, ખરું?

વારૂ, એ બન્ને કાટખુણિયાંને તમારી નોટમાં ઉતારી લ્યો, અને કાટખુણા સિવાયના એમના કોણો માપી લાવો.

કેમ, આ સારા દેખાતા કાટખુણિયાના બન્ને કોણો ૪૫° ના થાય છે, ખરું? પણ ૪૫° નો કોણ એ તો અર્ધો કાટખુણો થયો, ખરું કે નહિ? અને આ બેડોળ દેખાતા કાટખુણિયાનો એક કોણ ૩૦° નો અને બીજો ૬૦° નો થાય છે, એટલે એ કોણો પણ અનુક્રમે કાટખુણાના એકતૃતીયાંશ અને બે તૃતીયાંશ થયા, ખરું કે નહિ? તો કાટખુણાને દુભાગવાને તથા ત્રિભાગવાને એ કોણો કામ આવે કે નહિ

કેમ, હવે તો બન્ને કાટખુણિયાંની વિશિષ્ટતા સમજ્યા ને? તો હવેથી આપણે એકને '૪૫°–કાટખુણિયું' અને બીજાને '૩૦°–કાટખુણિયું'' એ નામથી જ ઓળખીશું ને?

મનોયત્ન

૧ કાટખુણિયાંને જુદી જુદી સ્થિતિમાં મૂકી ૭૫°, ૧૦૫°, ૧૨૦°, ૧૩૫° અને ૧૫૦° ના કોણો બનાવી લાવો.

૨ **अब** સુરેખા બહાર **क** અને **ड** બિન્દુઓ લ્યો, **अब** ઉપર **कम** અને **डन** લંબ દોરો. સુરેખાઓ **कम** અને **डन** સમાન્તર બની કે કેમ તે કાટખુણિયાં ફેરવીને નક્કી કરો.

૩ એક સુરેખામાં બે બિન્દુઓ લ્યો. તે બિન્દુઓએ સુરેખાને લંબ દોરો. વિભાજક વડે લંબમાંથી સરખું અન્તર કાપી નાખો. કાપબિન્દુઓ જોડનાર સુરેખા મૂળ સુરેખા સાથે કેવો સંબંધ ધરાવે છે તે શોધી કાઢો.

૪ **अब** અને **कड** બે સમાન્તર સુરેખાઓ દોરો. **अब** માં **म** બિન્દુ લ્યો. **कड** ઉપર **मन** લંબ દોરો. **मन** સુરેખા **अब** સુરેખાને પણ લંબ બને છે કે નહિ તે નક્કી કરો.

૫ જેમની વચ્ચે ત્રણ ત્રણ સે. મિ. અન્તર હોય એવી ત્રણ સમાન્તર સુરેખાઓ દોરો.

૬ ૪૫°–કાટખુણિયાની ઇન્ચ–આંકેલી ભુજા સે. મિ. માં માપો, અને સે. મિ. આંકેલી ભુજા ઇન્ચમાં માપો. માપ સરખાવો.

૬૦°–કાટખુણિયાની મોટામાં મોટી ભુજા માપો. નાનામાં નાની ભુજા પણ માપો. માપ સરખાવો. કાંઇ સંબંધ જડે છે?

૭ એક કાટખુણો દોરી કાટખુણિયાં વડે તેના ૭ સરખા વિભાગ કરો. માપીને ખાત્રી કરો.

પાઠ ૪

ત્રિકોણ

પરસ્પર છેદે તેવી ત્રણ સુરેખાઓ દોરો: આકૃતિમાંથી 'ત્રિકોણ' બતાવી શકશો ?

તો એ ત્રિકોણ કાયમ રાખી સુરેખાઓના વધારેના ભાગ દૂર કરો. હવે એ ત્રિકોણના કોણો માપો, અને માપનો સરવાળો કરો.

બીજા બે ત્રણ જેમ બને તેમ જુદા ઘાટના અને જુદા કદના ત્રિકોણો દોરી તેમના કોણો પણ માપો અને દરેકમાં માપનો સરવાળો કરો.

કેમ, શું અનુભવો છો ? દરેકમાં સરવાળો ૧૮૦° જ થાય છે ખરું ? અને હવે બીજા ગમે તેટલા ત્રિકોણો દોરીએ તો પણ દરેકમાં એ જ પરિણામ આવે એવું લાગે છે ખરું ?

તો ત્રિકોણમાં કોણોનો સરવાળો ૧૮૦ —એટલે કે બે કાટખુણા જેટલો—થાય એમ આપણે સત્ય તરીકે સ્વીકારી શકીએ કે નહિ ?

ઠીક. આપણા કાટખુણિયાં પણ ત્રિકોણ જ છે ને ? તેઓ એ સત્યને અનુસરે છે કે નહિ ?—તેમના કોણોના માપનો સરવાળો કરી ખાત્રી કરો જોઇએ.

હવે ધારો કે ત્રિકોણના બે કોણોનું માપ તમે જાણતા હો તો તેના ત્રીજા કોણનું માપ તેને માપ્યા સિવાય તમે જાણી શકો કે નહિ ? ના કહો જોઈએ, જેનો બે કોણ ૫૦° અને ૭૮° ના છે તે ત્રિકોણનો ત્રીજો કોણ કેટલા અંશનો હશે ?

પણ ચાલો, એવો ત્રિકોણ દોરીને જ ખાત્રી કરીએ. એક સુરેખા દોરી તેને એક છેડે ૫૦° નો અને બીજે છેડે ૭૦° નો કોણ બનાવો. કોણોની ભુજાઓ મળે ત્યાં બનેલો ત્રીજો કોણ માપો. આપણા ધાર્યા પ્રમાણે આવે છે ?

પણ હવે ધારો કે ત્રિકોણના પાયા ઉપરના બન્ને કોણનું માપ આપણે જાણતા ન હોઇએ. ધારો કે આપણે પાયાનું, એક પાયાકોણનું અને સામેના શિરઃકોણનું,–એટલાનું જ માપ જાણતા હોઇએ, તો આપણે ત્રિકોણ રચવાને બીજા પાયાકોણનું માપ પહેલાં ગણત્રીથી મેળવવું પડે, ખરૂં કે નહિ ?

તો હવે જેનો પાયો ૮ સે. મિ. હોય, એક પાયાકોણ ૬૫° હોય અને શિરઃકોણ ૫૫° હોય એવો ત્રિકોણ દોરી લાવશો ?

શિરઃકોણના માપનો ઉપયોગ કરી તમે બીજા પાયાકોણનું માપ પહેલાં શોધી કાઢશો, ખરૂં ને ? ઠીક. તો હવે રચેલા ત્રિકોણનો શિરઃકોણ આપેલા માપનો જ બને છે કે નહિ તેની માપીને ખાત્રી કરો.

ઠીક. હવે જુઓ, હું એક ચાર ખુણાવાળી આકૃતિ દોરૂં છું. –એ ચતુષ્કોણના કોણોનો સરવાળો કેટલો થશે ધારો છો ?

જુઓ, એનાં બે સામસામેનાં શિરોબિન્દુઓ જોડી દઉં છું. અને એ રીતે એના બે ત્રિકોણો બનાવી દઉં છું: હવે કહી શકશો ?

તો હવે બે ત્રણ ચતુષ્કોણો દોરી માપીને જ ખાત્રી કરો. કેમ, બધામાં સરવાળો ૩૬૦°–ચાર કાટખુણા–જ થાય છે ને ?

હવે તો ત્યારે પંચકોણ, ષટ્કોણ વગેરે બહુકોણોના કોણોનો સરવાળો કેટલો થાય તે પણ તમે તેમના ત્રિકોણો બનાવીને કહી શકો, ખરું કે નહિ? એક પંચકોણ દોરીને કહો જોઇએ.

ઠીક, હવે ત્રિકોણો વિષે બીજું એક સત્ય શિખીએ.

એક ત્રિકોણ દોરો. તેની ગમે તે બે ભુજાઓનાં મધ્યબિન્દુઓ પરસ્પર જોડો. એ જોડનાર સુરેખા અને ત્રિકોણની બાકીની ભુજા માપો. એ બન્ને માપ વચ્ચે કાંઇ સંબંધ જડે છે?

તો બીજા બે ત્રણ ત્રિકોણો દોરી તેઓમાં પણ એ સંબંધ કાયમ રહે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

કેમ, બધેય જોડનાર સુરેખા બાકીની ભુજા કરતાં અર્ધી જ બને છે ને?

તો હવે એક ત્રિકોણ દોરી તેની ત્રણેય ભુજાઓનાં મધ્યબિન્દુ-ઓ પરસ્પર જોડો. ત્રિકોણની ભુજાઓ માપો; એ માપ ઉપરથી જોડનાર સુરેખાઓનાં માપ તમે કહી શકશો?

તમારી ગણત્રી પ્રમાણે જ એ માપ આવે છે કે નહિ તે માપી નક્કી કરો.

આવે છે ને? કેવું મઝાનું સત્ય, ખરું?

મનોયત્ન ૪

૧. નીચેના માપના ત્રિકોણો દોરોઃ—

(૧) बक = ૮ સે. મિ., ∠अ = ૪૭°, ∠ब = ૭૩°

(૨) अब = ૮ સે. મિ., ∠ब = ૩૯°, ∠क = ૨૧°

૨. ત્રિકોણમાં વધારેમાં વધારે કેટલા કોણ કાટખુણા હોઈ શકે ? જે ત્રિકોણના એક કોણ બીજા બેના સરવાળા જેટલો હોય તેનો મોટામાં મોટો કોણ કેટલા અંશનો હોય ?

૩. એક સમકોણ દોરો. જરૂર પડતાં શિરોબિન્દુઓ જોડી તેના કોણોનો સરવાળો કેટલો થાય તે શોધી કાઢો. માપીને ખાત્રી કરો.

૪. જેના પાયાકોણો ૪૦° અને ૮૦° હોય એવો એક ત્રિકોણ દોરો. પાયાકોણોને દુભાગો. દુભાજકો મળે ત્યાં બનેલો કોણ માપો. ગણત્રીથી એ માપ મેળવી શકશો ?

૫. જેનો ∠**अ** = ૫૫° અને ∠**क** = ૭૫° હોય એવો એક △**अबक** દોરો, **बक** ઉપર **अप** લંબ દોરો, અને **अक** ઉપર **बम** લંબ દોરો. ∠**अ** અને ∠**ब** ના બનેલા વિભાગ માપો. ગણત્રીથી ખાત્રી કરો.

૬. એક ચતુષ્કોણ **अबकड** દોરો, **अब**, **बक**, **कड**, **डअ** નાં અનુક્રમે મધ્યબિન્દુઓ **स**, **र**, **ग**, **म** લ્યો. **सर** અને **गम** માપો અને માપ સરખાવો; **सम** અને **गर** પણ માપો અને માપ સરખાવો. માપ સરખાં થવાનું કારણ આપી શકશો ?

૭. એક જ પાયા **बक** ઉપર △**अबक** અને △**डबक** દોરો. **अब** અને **अक** નાં મધ્યબિન્દુઓ જોડનાર સુરેખા **डब** અને **डक** નાં મધ્યબિન્દુઓ જોડનાર સુરેખા સાથે કેવા સંબંધ ધરાવશે ? માપીને ખાત્રી કરો.

પાઠ ૫

સમદ્વિભુજત્રિકોણ

એક સુરેખા દોરો. તેના છેડાઓએ વારાફરતી કેન્દ્ર લઈ સરખી ત્રિજ્યાનાં બે વર્તુલો દોરો. વર્તુલોના ગમે તે એક છેદબિન્દુને સુરેખાના છેડાઓ સાથે જોડો. એ જોડનાર સુરેખાઓ માપો. તેઓ સરખી કેમ બની તેનું કારણ આપી શકશો ?

ઠીક. તો હવે એ બે સરખી ભુજવાળા—સમદ્વિભુજ—ત્રિકોણના કોણો માપો. સરખી ભુજાઓ સામેના કોણો સરખા થાય છે ?

બીજા બેત્રણ સમદ્વિભુજત્રિકોણો દોરીને એમાં પણ એ પ્રમાણે થાય છે કે નહિ તે અજમાવી જુઓ.

કેમ, બધા સમદ્વિભુજત્રિકોણોમાં એ સત્ય કાયમ રહે છે, ખરું ?

ઠીક, તો હવે એથી ઉલટું સત્ય શું હોઈ શકે ?

તો ચાલો, જેના બે કોણો સરખા હોય એવો એક ત્રિકોણ દોરો, અને એ કોણો સામેની ભુજાઓ સરખી થાય છે કે નહિ તે માપીને નક્કી કરો.

કેમ, આપણા ધાર્યા પ્રમાણે થાય છે ને ?

તો હવે સમદ્વિભુજત્રિકોણના ગમે તે એક કોણનું માપ આપ્યું હોય તો બાકીના કોણોનું માપ તમે ગણત્રીથી મેળવી શકો કે નહિ ? તો કહો જોઈએ, જેનો શિરઃકોણ ૪૦° હોય તેના પાયાકોણો કેટલા અંશના હોય ? અને જેનો એક પાયાકોણ ૪૦° હોય તેનો શિરઃકોણ કેટલા અંશનો હોય ?

તો હવે જેનો પાયો ૪ સે. મિ. હોય અને શિરઃકોણ ૪૦° હોય એવા એક સમદ્વિભુજત્રિકોણ દોરી લાવો.

અને જેની એક સરખી ભુજા ૪ સે. મિ. હોય અને એક પાયકોણ ૪૦° હોય એવો બીજો સમદ્વિભુજ પણ દોરી લાવો.

ઠીક, હવે એમાંના એકમાં પાયાનું મધ્યબિન્દુ સામેના શિરોબિન્દુ સાથે જોડો અને શિરઃકોણના બનેલા વિભાગ માપો.

બીજામાં શિરઃકોણને દુભાગો અને દુભાજક વડે પાયાના જે વિભાગ બને તે માપો.

કેમ, શું પરિણામ આવે છે? પહેલામાં શિરઃકોણના વિભાગ સરખા થાય છે, અને બીજામાં પાયાના વિભાગ સરખા થાય છે, ખરૂં?

ઠીક, હવે બન્નેમાં પાયાનાં મધ્યબિન્દુ આગળ બનેલા કોણો માપોઃ એ કોણો કાટખુણા જ થાય છે, ખરૂં?

સમદ્વિભુજત્રિકોણની કેવી સુંદરતા! એક જ સુરેખા શિરઃકોણને દુભાગે, પાયાને દુભાગે અને પાયાને લંબ પણ બને, ખરૂં? સામાન્ય ત્રિકોણમાં એવું કાંઈ બને? એક એવો સામાન્ય ત્રિકોણ દોરીને અજમાવી જુઓ જોઇએ.

ઠીક. હવે ધારો કે કોઇ સમદ્વિભુજત્રિકોણમાં આપણે શિરોબિન્દુમાંથી પાયા ઉપર લંબ પહેલેથી જ દોરીએ; તો તે શિરઃકોણને તેમજ પાયાને દુભાગે કે નહિ?

એકાદ સમદ્વિભુજત્રિકોણમાં તેમ કરી જુઓ જોઇએઃ આપણા ધાર્યા પ્રમાણે બને છે?

ઠીક. હવે ધારો કે આપણે સમદ્વિભુજત્રિકોણના પાયાના મધ્યબિન્દુએ જ પાયાને લંબ દોરીએ તો શું પરિણામ આવે? એ લંબ સામેના શિરોબિન્દુમાંથી જાય કે નહિ? અને શિરઃકોણને દુભાગે પણ ખરો ને?

ઠીક, હવે વિચારો: એ વચલી સુરેખાને લીધે સમદ્વિભુજત્રિકોણના કેવા વિભાગ બને છે? જુઓ, આ બાજુના ત્રિકોણની ભુજાઓ અને કોણો અનુક્રમે બીજી બાજુના ત્રિકોણની ભુજાઓ અને કોણો બરોબર થાય છે કે નહિ? એ બન્ને ત્રિકોણો બધી બાબતમાં સરખા—એકરૂપ—બને છે એમ આપણે કહી શકીએ કે નહિ? અને એ સુરેખાને સમદ્વિભુજત્રિકોણની ધરી કહી શકીએ કે નહિ?

પણ જેની ત્રણેય ભુજાઓ સરખી હોય એ ત્રિકોણ તો સમદ્વિભુજ કરતાં પણ ચઢી જાય. ખરું કે નહિ?

તો ચાલો, પાયા જેટલી જ ત્રિજ્યાવાળાં વર્તુલો પાયાના છેડાઓએ કેન્દ્ર લઈ દોરો, અને તેમનું એક છેદબિન્દુ પાયાના છેડાઓ સાથે જોડો. બનેલા ત્રિકોણની ત્રણેય ભુજાઓ સરખી થઈ, ખરું કે નહિ? એને આપણે 'સમભુજત્રિકોણ' કહીએ તો ચાલે ને?

એ તો જે બાજુથી ફેરવીને જોઈએ તે બાજુથી સમદ્વિભુજ લાગે છે, ખરું? ત્યારે એના તો ત્રણેય કોણો સરખા હોવા જોઈએ. અને એને ત્રણ ધરીઓ હોવી જોઈએ, ખરું કે નહિ?

મનોયત્ન

૧ જેના શિરઃકોણો અનુક્રમે (૧) ૩૬° (૨) ૭૨° (૩) ૧૦૮°ના હોય એવા સમદ્વિભુજત્રિકોણોના પાયાકોણો કેટકેટલા અંશના હશે?

૨ નીચેના માપના સમદ્વિભુજ (अब=अक) ત્રિકોણો દોરોઃ—

(૧) अब=૫ સે. મિ., ∠अ=૩૦°

(૨) बक=૬ સે. મિ., ∠ब=૫૦°

(૩) अक=૭ સે. મિ., ∠क=૭૦°

૩ સમદ્વિભુજ △**अबक**ની સરખી ભુજાઓ **अब** અને **अक**માં **म** અને **न** બિન્દુઓ અનુક્રમે એવી રીતે લ્યો કે જેથી **बम=कन** થાય. **मन** જોડો ∠**अमन** અને ∠**अनम** માપો; માપ સરખાં થવાનાં કારણ આપો.

૪ ઉપરના દાખલામાં **अब** અને **अक** લંબાવીને લંબાવેલા વિભાગમાં એ જ પ્રમાણે **म, न** બિન્દુઓ લ્યો. પરિણામમાં ફેર પડે છે?

बअ અને **कअ** લંબાવીને તેમના લંબાવેલા વિભાગમાં એ લીધાં હોય તો પણ ફેર પડે?

૫ પરસ્પર છેદે એવાં બે વર્તુલો દોરો. કેન્દ્રોને છેદબિન્દુઓ સાથે જોડો. જોડનાર સુરેખાઓ વચ્ચે છેદબિન્દુઓએ બનેલા કોણો માપો. માપ સરખાં થવાનાં કારણ આપી શકશો?

૬ **अब** સુરેખાના મધ્યબિન્દુ **क** આગળ **कप** લંબ દોરો. **पअ, पब** માપો અને સરખાવો. **कप** ઉપર **म, न** બિન્દુઓ લ્યો અને **मअ, मब** તથા **नअ, नब** પણ માપો અને સરખાવો.

૭ એક જ પાયા ઉપર બેત્રણ સમદ્વિભુજત્રિકોણો દોરો. તેમનાં શિરોબિન્દુઓ જોડનાર સુરેખા પાયા સાથે કેવો સંબંધ ધરાવે છે તે માપીને શોધી કાઢો.

પાઠ ૬

કાટખુણત્રિકોણ

કાટખુણત્રિકોણ કોને કહેવાય એ તો તમે અનુમાનથી પણ કહી શકશો,—કહેશો ?

તો કાટખુણો ધારણ કરતી ભુજાઓનાં માપ તમને આપ્યાં હોય તો કાટખુણત્રિકોણ દોરી લાવતાં તમને આવડે કે નહિ ?

ઠીક. તો જેની કાટખુણભુજાઓ ત્રણ અને ચાર ઇન્ચની હોય એવો કાટખુણત્રિકોણ દોરી લાવો.

અને જેની કાટખુણભુજાઓ પાંચ અને બાર સે. મિ.ની હોય એવો બીજો એક કાટખુણત્રિકોણ દોરી લાવો.

બન્નેમાં કાટખુણા સામેની ભુજા–કર્ણ–માપી લાવો.

કેમ, કેટલું માપ આવ્યું ? પહેલામાં પાંચ ઇન્ચ અને બીજામાં તેર સે. મિ. ખરૂં કે નહિ ? પણ જુઓ, બન્નેમાં કાટખુણભુજાઓના વર્ગના સરવાળા જેટલો જ કર્ણનો વર્ગ થાય છે: $૩^૨+૪^૨=૫^૨$, અને $૫^૨+૧૨^૨=૧૩^૨$, ખરૂં કે નહિ ?

તો હવે તમારી મરજીમાં આવે તે માપની કાટખુણભુજાઓ લઇ બે ત્રણ કાટખુણત્રિકોણો દોરો, અને દરેકમાં આ પ્રમાણે થાય છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

અને માત્ર કાટખુણત્રિકોણમાં જ આ સંબંધ હોય,—તે નક્કી કરવાને બે ત્રણ સામાન્ય ત્રિકોણો દોરો, અને તેમની કોઇ પણ બે ભુજાઓના વર્ગનો સરવાળો ત્રીજી ભુજાના વર્ગ જેટલો થાય છે કે નહિ તે અજમાવી જુઓ.

ઠીક. તો હવે આ સત્યને આધારે કાટખુણત્રિકોણની કોઇ પણ બે ભુજાઓનું માપ તમે જાણતા હો તો બાકીની ભુજાનું માપ ગણત્રીથી તમે મેળવી શકો કે નહિ?

તો કહો જોઇએ, જેની કાટખુણભુજાઓ ૮ સે. મિ. અને ૬ સે. મિ. હોય તેનો કર્ણ કેટલો હોવો જોઇએ? દોરીને ખાત્રી કરો જોઇએ.

ઠીક. અને જેનો કર્ણ ૧૫ સે. મિ. હોય અને એક કાટખુણ-ભુજા ૧૨ સે. મિ. હોય તેની બીજી કાટખુણભુજા કેટલી હોવી જોઇએ?

ચાલો, એ પણ દોરીને માપી જુઓ: આપેલી કાટખુણભુજા જેટલી ૧૨ સે. મિ. સુરેખા દોરી તેને એક છેડે કાટખુણો બનાવો, અને બીજે છેડે કેન્દ્ર લઇ કર્ણના માપ જેટલી ૧૫ સે. મિ. ત્રિજ્યા વડે એ કાટખુણાની ભુજાને છેદતું વર્તુલ દોરો. એ છેદબિન્દુને હવે સુરેખાના બીજા છેડા સાથે જોડી દો તો આપણને આપેલા માપનો ત્રિકોણ બને કે નહિ?

ઠીક. તો હવે એની બાકીની ભુજા તમારી ગણત્રી પ્રમાણે ૯ સે. મિ. જ થાય છે ને?

પણ હવે ધારો કે ૬, ૮, ૧૦ સે. મિ. અથવા ૯, ૧૨, ૧૫ સે. મિ. માપની ભુજાઓવાળો ત્રિકોણ આપણને દોરી લાવવાનું કહ્યું હોય તો તે ત્રિકોણ કાટખુણ બનવો જ જોઇએ એવું આપણે પહેલે-થી કહી શકીએ કે નહિ?

તો હવે કહો જોઇએ, જેની ભુજાઓ ૧૫, ૧૭, ૮ સે. મિ.ની હોય તે ત્રિકોણ કાટખુણ બને કે નહિ?

પણ ચાલો, તે પણ દોરીને જ ખાત્રી કરીએ: ૧૭ સે. મિ. લાંબી એક સુરેખા દોરી તેને એક છેડેથી ૧૫ સે. મિ. ત્રિજ્યાનું અને બીજે છેડેથી ૮ સે. મિ. ત્રિજ્યાનું એમ બે વર્તુલો દોરો તો તેમના છેદબિન્દુને સુરેખાના છેડાઓ જોડવાથી આપેલા માપનો ત્રિકોણ બને કે નહિ? ત્રિકોણની ત્રણેય ભુજાઓનાં માપ આપ્યાં હોય તો હવે તમને ત્રિકોણ રચતાં આવડે કે નહિ?

ઠીક, એનો એક કોણ—મોટામાં મોટી ભુજા કર્ણની સામેનો કોણ—ધાર્યા પ્રમાણે કાટખુણો જ બને છે? એના ઉપર કાટખુણિયાનો કાટખુણો ગોઠવી જુઓ, અને આકૃતિને જરૂર પડતી ફેરવી નજરને પણ સંતોષી જુઓ.

ઠીક, હવે કાટખુણત્રિકોણ વિષે બીજું એક સત્ય શિખીએ: તમે દોરેલા દરેક કાટખુણત્રિકોણમાં કર્ણના મધ્યબિન્દુને કાટખુણાના શિરોબિન્દુ સાથે જોડો. જોડનાર સુરેખાઓ માપો. એમના માપ અને કર્ણના માપ વચ્ચે કાંઇ સંબંધ જડે છે?

તો કોઇ પણ કાટખુણત્રિકોણમાં કર્ણના મધ્યબિન્દુને સામેના શિરોબિન્દુ સાથે જોડનાર સુરેખા—કર્ણની મધ્યગા—કર્ણથી અર્ધી હોય એમ આપણે સત્ય તરીકે સ્વીકારી શકીએ કે નહિ?

અને એ સત્યને આધારે કોઇ પણ કાટખુણત્રિકોણના બે સમદ્વિભુજત્રિકોણો આપણે બનાવી શકીએ કે નહિ?

મનોયત્ન

૧ નીચેના માપના કાટખુણત્રિકોણ દોરો:—

(૧) કર્ણ **बक**=૭.૫ સે. મિ., ભુજા **अब**=૬ સે. મિ.

(૨) કર્ણ **अब**=૬.૫ સે. મિ., ભુજા **बक**=૨.૫ સે. મિ.

તેમની બાકીની ભુજાઓ માપો, અને ગણત્રીથી ખાત્રી કરો.

૨ જેમની ભુજાઓ (૧) ૧૨, ૧૨·૫, ૩·૫ સે. મિ. (૨) ७·૫, ૪, ૮·૫ સે. મિ. હોય એવા ત્રિકોણો દોરો, તેમના મોટામાં મોટા કોણ માપો, અને પરિણામ માટે સમજુતી આપો.

૩ જેનો પાયો **बक**=૮ સે. મિ. અને સરખી ભુજા **अब**=૫ સે. મિ. હોય એવો સમદ્વિભુજ △**अबक** દોરો. **बक** ઉપર લંબ **अप** દોરો. **अप** માપો, માપ ગણત્રીથી મેળવી શકશો ?

૪ △**अबक**માં **बक** ઉપર લંબ **अप** દોરો. **अब** અને **बप** માપીને **अप**નુ. માપ ગણત્રીથી શોધી કાઢો. **अक** અને **कप** માપીને તેમના ઉપરથી પણ **अप**નું માપ શોધી કાઢો. બન્ને માપ સરખાવો.

૫ કાટખુણ △**अबक** દોરો. કર્ણ **बक** ઉપર **अप** લંબ દોરો. △**अपब** અને △**अपक**ના કોણો માપો અને સરખાવો.

अब અને **अक** ઉપર પણ **पम** અને **पन** અનુક્રમે લંબ દોરો તો આકૃતિમાં એક જ માપના કોણોવાળા કેટલા ત્રિકોણો બને ?

૬ સમદ્વિભુજ △**अबक** દોરો. સરખી ભુજા **बअ** ને **प** બિન્દુએ એવી રીતે લંબાવો કે જેથી **अप**=**अब** થાય. જરૂર પડતાં માપ લઇ △ **पबक**નો પ્રકાર શોધી કાઢો.

૭ ઉપરના દાખલામાં △ **पकब** પરત્વે **बप** સુરેખા કેવો સંબંધ ધરાવે છે ? **अक** કેવો ધરાવે છે ? **बप** અને **अक** વચ્ચેનો સંબંધ કાટખુણત્રિકોણમાં હોવો જોઇએ તેવો જ છે કે નહિ ?

પાઠ ૭

કોણોના પ્રકાર

(૧)

કોણમાપક વાપરતાં હવે તો તમને બરાબર આવડે, ખરૂં કે નહિ ? તો ચાલો, ૧૮૦° નો કોણ બનાવી લાવો.

કેમ અટક્યા ? કોણ નથી બનતો એવું લાગે છે ? પણ જેમ ૧૬૦° નો, ૧૭૦° નો, ૧૭૫° નો, તેમ ૧૮૦° નો પણ કોણ બનવો તો જોઇએ જ: આપણી નજરે સીધી લીટી જેવું દેખાય માટે કાંઇ કોણ નથી બન્યો એમ કહેવાય ?

તો એને કોણ તો કહેવો જ પડશે: પણ ચાલો, એ સીધી–સરલ–લીટી જેવો દેખાય છે, માટે આપણે એને 'સરલકોણ' કહીશું, નામ ઠીક છે ને ?

તો હવે જુઓ, આ સુરેખામાં એક બિન્દુ મૂકું છું: સુરેખા ઉપર એ બિન્દુએ કેટલા અંશનો કોણ બન્યો તે કહી શકશો ?

અને સુરેખા નીચે પણ એ બિન્દુએ બીજો એક સરલકોણ બન્યો કે નહિ ?

તો હવે એ બિન્દુએ સુરેખા ઉપર બેત્રણ સુરેખાઓ દોરૂં તો સુરેખા ઉપર બનેલા બધા કોણો મળીને ૧૮૦° થાય કે નહિ ? અને સુરેખાની નીચે પણ એ બિન્દુએ બીજી સુરેખાઓ દોરૂં તો નીચેના કોણો મળીને પણ ૧૮૦° થાય કે નહિ ?

પણ ચાલો, તમે એવી સુરેખાઓ દોરો, અને માપીને જ ખાત્રી કરો.

કેમ, આપણા ધાર્યા પ્રમાણે આવે છે ને ?

ઠીક. હવે એક બિન્દુ લઇ તેમાંથી જુદી જુદી દિશાઓમાં ત્રણ-ચાર સુરેખાઓ દોરો. તેમની વચ્ચેના બધાય કોણો માપો. માપનો સરવાળો કરો.

કેમ, કેટલો સરવાળો આવે છે ? તેટલો થવાનું કારણ આપી શકશો ? ગમે તે એક સુરેખાને બિન્દુની બીજી બાજુએ લંબાવો એટલે તેની બન્ને બાજુએ એક એક સરલકોણ બને, ખરું કે નહિ ? તો બન્ને બાજુના બધા કોણોનો સરવાળો બે સરલકોણ એટલે કે ૩૬૦° જ આવે ને ?

ઠીક. હવે જુઓ: આ વિભાજકનાં પાંખાં પહોળાં કરું છું,– પાંખાં એક લીટીમાં આવે ત્યાંસુધી તેમની વચ્ચેનો કોણ વધારું છું. હવે એ સ્થિતિમાં એમની વચ્ચેનો કોણ કેટલા અંશનો બન્યો તે કહી શકશો ?

ઠીક. હવે એથીએ પાંખાં વધારે વાળું છું: તેમની વચ્ચેનો કોણ સરલકોણથી પણ મોટો–સરલાધિક–બન્યો, ખરું કે નહિ ?

અને ધારો કે બન્ને પાંખાં પાછાં મળી જાય ત્યાંસુધી તે વાળી શકાય એમ હોય તો તેમના પરિક્રમણથી બધા મળીને કેટલા અંશનો કોણ બને ?

તો હવે કલાકમાં મિનીટ કાંટો કેટલા અંશનો કોણ ઓળંગે તે કહી શકશો ? વર્તુલ દોરતાં પરિકરનું ફરતું પાંખું જ્યાંથી ઉપડે ત્યાંસુધી પાછું ફરી વળવામાં કેટલો ઓળંગે તે પણ કહેશો ?

ઠીક, હવે એક સુરેખા દોરો; તેના ઉપર બીજી એક સુરેખા મૂકો. જે બે કોણ બન્યા તેમાંનો એક માપો.

એ માપ ઉપરથી બીજાનું માપ કેટલું થવું જોઇએ તે કહી શકશો? માપીને ખાત્રી કરો.

ઠીક, હવે ૪૦° નો કોણ બનાવો, એના ઉપરથી જ—કોણ-માપકની મદદ વિના–૧૪૦° નો કોણ સ્હેજ રચના કરી તમે બનાવી લાવશો?

ઠીક, હવે એક સુરેખામાં એક બિન્દુએ જમણી તરફ ૪૦° નો કોણ બનાવો, અને ડાબી તરફ ૧૪૦° નો બનાવો.

કેમ, શું અનુભવો છો? બન્ને કોણની એક એક ભુજા સામાન્ય રહે છે, ખરૂં? તો ધારો કે ૪૦° અને ૧૪૦° ના કોણ તમે છુટા છુટા બનાવ્યા હોય અને પછી કાપીને તેમને આ પ્રમાણે પાસેપાસે મૂકયા હોય તો તેમની એક એક ભુજા સામાન્ય બને, અને બીજી ભુજાઓ એક જ સુરેખામાં આવી રહે, ખરૂં કે નહિ?

૬૦° અને ૧૨૦° ના કોણોને પણ છુટા દોરીને એ પ્રમાણે પછીથી ગોઠવીએ તો એ જ પરિણામ આવે કે નહિ?

તો એવા કોણો કે જેમને પાસેપાસે મૂકવાથી સરલકોણ બને –એટલે કે જેમના માપનો સરવાળો ૧૮૦° થાય—તેમને 'પૂરકકોણો' એવું નામ આપ્યું હોય તો સારૂં કે નહિ?

તો પૂરકકોણો બની શકે એવા કોણોના માપનાં એત્રણ જોડકાં આપશો?

જુઓ, તમારા કોણમાપક ઉપર તો એવાં સંખ્યાબંધ જોડકાં પાસપાસે જ આપ્યાં છે; એનું કારણ હવે સમજી શકો છો?

મનોયત્ન

૧ ઘડિયાળના મિનીટકાંટા અને અંતરકાંટા વચ્ચે (૧) સરલકોણ હોય (૨) સરલાધિકકોણ હોય, એવા કોઇ પણ સમયનું ઉદાહરણ આપો.

૨ પરસ્પર છેદે એવી બે સુરેખાઓ દોરો. તેમના છેડાઓને તથા છેદબિન્દુને નામ આપી આકૃતિમાં બનેલા પૂરકકોણોની, સરલ-કોણોની અને સરલાધિકકોણોની યાદી કરો.

૩ સુરેખા अब ની એક બાજુએ ∠अबक=૫૦° બનાવો, અને બીજી બાજુએ ∠अबड=૨૦° બનાવો. જરૂર પડતી ભુજાઓ લંબાવી આકૃતિમાંથી ૧૧૦°, ૧૩૦°, અને ૧૬૦°ના કોણોનાં ઉદાહરણ આપો.

૪ △अबक ની ભુજાઓ बक, कअ, अब અનુક્રમે स, र, ग બિન્દુઓએ લંબાવો. ∠अकस, ∠बअर, ∠कबग માપો. માપનો સરવાળો કરો. સરવાળો તેટલો થવાનાં કારણ આપી શકશો?

૫ સમદ્વિભુજ △अबक દોરો. સરખી ભુજાઓ अब અને अक ને અનુક્રમે म અને न બિન્દુઓએ લંબાવો. ∠बकन અને ∠कबम માપો. માપ સરખાં થવાનાં કારણ આપો.

૬ એક સુરેખા ઉપર બીજી એક સુરેખા મૂકી બનેલા કોણો દુભાગો. દુભાજકો વચ્ચેનો કોણ માપો. પરિણામ માટે સમ-જુતી આપી શકશો?

૭ ∠अबक નો દુભાજક बम દોરો. मब ને न બિન્દુએ લંબાવો. સુરેખા नब સરલાધિક ∠अबक ને દુભાગે છે કે કેમ તે માપીને નક્કી કરો.

પાઠ ૮

કોણોના પ્રકાર

(૨)

પરસ્પર છેદે—પરંતુ કાટખુણે ન છેદે—એવી બે સુરેખાઓ દોરો: આકૃતિમાં કેટલા કોણ બન્યા ? એમાંથી કેટલા કોણ કાટખુણાથી મોટા—ગુરૂકોણ—બન્યા ? કેટલા કાટખુણાથી નાના—લઘુકોણ—બન્યા ?

સુરેખાઓ પરસ્પર કાટખુણે છેદતી તમે દોરી હોત તો આકૃતિમાં ગુરૂકોણ કે લઘુકોણ એક પણ બનત ?

તો હવે એ બન્ને ગુરૂકોણ માપો; માપ સરખાવો. બન્ને લઘુકોણ પણ માપો; એમનાં માપ પણ સરખાવો.

માપ સરખાં થાય છે ખરૂં ? તેમ થવાનું કારણ આપી શકશો ?

તો હવે બીજી બે પરસ્પર છેદતી સુરેખાઓ દોરો, અને એમાં પણ આ પ્રમાણે સામસામેના કોણો—અભિકોણો—સરખા થાય છે કે નહિ તે નક્કી કરો.

તો હવે પરસ્પર છેદતી બે સુરેખાઓ વચ્ચેનો એક કોણ તમે જાણતા હો તો બાકીના કોણોનું માપ ગણત્રીથી તમે મેળવી શકો કે નહિ ?

તો એક ત્રિકોણ દોરો, અને તેની ભુજાઓને બન્ને બાજુએ લંબાવો. આકૃતિમાં અભિકોણોનાં કેટલાં જોડકાં બન્યાં તે કહો અને ત્રિકોણના ગમે તે બે કોણ માપી બાકીના બધા કોણોનું માપ ગણત્રીથી મેળવી લાવો. ગણત્રી ખરી છે કે નહિ તે બાકીના કોણોમાંથી એકાદ માપીને નક્કી કરો.

ઠીક, હવે કાટખુણિયાં વડે સમાન્તર સુરેખાઓ દોરવાનું તમે શિખ્યા હતા તે યાદ આવે છે?

તો બે સમાન્તર સુરેખાઓ દોરો અને તેમને છેદે એવી ત્રીજી એક સુરેખા મૂકો.

આકૃતિમાં કેટલા કોણો બન્યા? એ બધાય એક પછી એક માપો અને માપ તેમની અંદર ટાંકો.

કેમ, ચાર ચાર કોણોનું માપ એકનું એક આવે છે, ખરું? અભિકોણોનાં જોડકાં તો સરખાં થાય જ, પરંતુ આમાં તો ઉપરની સુરેખા આગળ જે માપના કોણો બને છે તે જ માપના કોણો નીચેની સુરેખા આગળ પણ બને છે, ખરું?

ચાલો, આપણે એ કોણોને ઓળખીએ. જુઓ, છેદનાર સુરેખાની એક એક બાજુએ જે કોણો સરખા થાય તેમને 'સંગતકોણો' કહેવાય: આકૃતિમાં સંગતકોણોનાં કેટલાં જોડકાં છે તે કહેશો?

અને છેદનાર સુરેખાની ઉલટી બાજુઓએ જે કોણો સરખા થાય તેમને 'વ્યુત્ક્રમકોણો' કહેવાય: એવા વ્યુત્ક્રમકોણોનાં કેટલાં જોડકાં આકૃતિમાં છે તે કહેશો?

ઠીક, તો હવે બીજી બે સમાન્તર સુરેખાઓ દોરી તેમને છેદે તેવી એક સુરેખા મૂકો, અને તેમાં જે જે કોણો સરખા થવા જોઇએ તે કોણોને આ અનુભવ ઉપરથી સરખાં ચિહ્નો વડે આંકો. આંક્યા પ્રમાણે માપ સરખાં થાય છે કે નહિ તેની માપીને ખાત્રી કરો.

એ સુરેખાઓને અને તેમનાં છેદબિન્દુઓને હવે નામ આપો

અને આકૃતિમાંના અભિકોણો, સંગતકોણો, અને વ્યુત્ક્રમકોણોનાં જોડકાંઓની યાદી બનાવો.

ઠીક, હવે જુઓઃ હું આ **अब** અને **कड** સમાન્તર સુરેખાઓ દોરી તેમને **म** અને **न** બિન્દુઓએ છેદે એવી **सप** સુરેખા મૂકું છું. હવે એક પછી એક એમાંના કોઈ પણ કોણનું નામ આપી તેના અભિકોણનું કે સંગતકોણનું કે વ્યુત્ક્રમકોણનું નામ તમારા સાથીઓમાંથી ગમે તેને તમે પૂછો. ખોટો જવાબ અપાય અથવા ખોટો જવાબ સ્વીકારાય તે પણ તમારે જ શોધી કાઢવાનું છે તો સાવધ રહેજો અને ભૂલ શોધી કાઢજો.

ઠીક. હવે તમારી પટ્ટીને નોટમાં મૂકી તેની બન્ને બાજુઓ સરતી સુરેખાઓ આંકો. કેમ, એ સુરેખાઓ પણ સમાન્તર જ છે ને? વારુ, એ સુરેખાઓની આડે પટ્ટીને ફરીથી મૂકી ફરીથી તેની બાજુઓ સરતી સુરેખાઓ આંકો.

આકૃતિમાં કેટલા બધા કોણો બન્યા! પણ હવે તેમાંનો એક જ માપો, અને એ માપ ઉપરથી બાકીના કોણોનું માપ—એક ઉપરથી બીજાનું, અને બીજા ઉપરથી ત્રીજાનું એમ—ટાંકવા માંડો. કેમ, સોળે ય કોણોનું માપ મળી આવ્યું ને?

આકૃતિમાંથી સંગતકોણો અને વ્યુત્ક્રમકોણોનાં જોડકાં પણ તમે સંખ્યાબંધ બતાવી શકો ને?

તો એ જોડકાંનાં નામ પણ હવે યાદ રહેશે ને?

મનોયત્ન

૧ ઓછામાં ઓછી સુરેખાઓ દોરી લઘુકોણ, ગુરૂકોણ, સરલકોણ, સરલાધિકકોણ, પૂરકકોણ અને અભિકોણ—એ સર્વેને ઉદાહૃત કરો.

૨ △**अबक** ના શિરોબિન્દુ **अ** માંથી **बक** ને સમાન્તર **मअन** સુરેખા દોરો. ∠**अबक** નું માપ ∠**बअम** ના માપ સાથે સરખાવો, અને ∠**अकब** નું માપ ∠**अकन** ના માપ સાથે સરખાવો. માપ સરખાં થવાનું કારણ આપો.

૩ △**अबक** ની **बक** ભુજા **प** બિન્દુએ લંબાવો. **अब** ને સમાન્તર **पस** સુરેખા દોરો. જરૂર પડતા કોણો માપી ∠**बअक** અને ∠**अबक** ના સરવાળા બરાબર ∠**अकप** થાય છે કે નહિ તે શોધી કાઢો.

૪ △**अबक** ની ભુજાઓ **अब** અને **अक** નાં અનુક્રમે **म** અને **न** મધ્યબિન્દુઓ લ્યો. **मन** અને **बक** સમાન્તર છે કે નહિ તે નક્કી કરવાને જે કોણોનાં માપ લેવાની જરૂર પડે તે માપ લ્યો અને સરખાવો.

૫ ઉપરના દાખલામાં **मन** ને બન્ને બાજુએ લંબાવીએ તો આકૃતિમાં સરખા કોણોનાં કેટલાં જોડકાં વધે ? **बक** ને લંબાવીએ તો કેટલાં વધે? **अब** અને **अक** ને પણ લંબાવીએ તો કેટલાં વધે ?

૬ એક ત્રિકોણનાં ત્રણેય શિરોબિન્દુઓમાંથી સામેની ભુજાઓને અનુક્રમે સમાન્તરસુરેખાઓ દોરો. એ સુરેખાઓના પરસ્પર મળવાથી જે ત્રિકોણ બને તે ત્રિકોણના કોણો મૂળ ત્રિકોણના કોણો સાથે કેવો સંબંધ ધરાવે છે તે શોધી કાઢો.

૭ **अब** અને **कड** સમાન્તરસુરેખાઓને અનુક્રમે **म** અને **न** બિન્દુઓએ છેદે એવી એક સુરેખા મૂકો. ∠**अमन** અને ∠**कनम** માપો. માપનો સરવાળો કરો. ∠**बमन** અને ∠**डनम** પણ માપો અને માપનો સરવાળો કરો.

સરવાળો તેટલો થવાનાં કારણ આપી શકશો ?

પાઠ ૯

સમાન્તરચતુષ્કોણ અને તેના પ્રકાર

જુઓ, આ બે ચતુષ્કોણ દોરૂં છું. એમાંના એકને સમાન્તર-ચતુષ્કોણ અને બીજાને માત્ર ચતુષ્કોણ કેમ કહેતા હશે તે મને કહી શકશો ?

તો તમે હવે સમાન્તરચતુષ્કોણ દોરી લાવશો ?—બે સમાન્તર સુરેખાઓને છેદે એવી બીજી બે સમાન્તર સુરેખાઓ દોરો એટલે વચમાં સમાન્તરચતુષ્કોણ બને કે નહિ ?

તો બેત્રણ જુદા જુદા ઘાટના સમાન્તરચતુષ્કોણો દોરો: તેમની ભુજાઓ માપો, અને સામસામેની ભુજાઓનાં માપ સરખાવો.

માપ સરખાં થાય છે, ખરૂં ?

ઠીક. હવે તેમના કોણો માપો, અને સામસામેના કોણોનાં માપ સરખાવો. એ માપ પણ સરખાં થાય છે, ખરૂં ?

ઠીક, હવે તેમનાં સામસામેનાં શિરોબિન્દુઓ જોડો. એ જોડ-નાર સુરેખાઓ-વિકર્ણો-એક બીજાના જે વિભાગ બનાવે તે વિભાગ માપો.

કેમ, છેદબિન્દુએ દરેક વિકર્ણના સરખા વિભાગ થાય છે, ખરૂં ?

સમાન્તરચતુષ્કોણ વિષે તમે કેટલાં બધાં સત્યો શિખ્યા ! સામાન્ય ચતુષ્કોણને એમાંનું એક પણ સત્ય લાગુ પડે ? એક સામાન્ય ચતુષ્કોણ દોરીને અજમાવો જોઇએ.

ઠીક, પણ હવે સમાન્તરચતુષ્કોણથી યે વધારે સત્યો ધરાવે એવા કેટલાક ચતુષ્કોણો દોરીએ.

એક કોણ દોરો; તેની ભુજુઓને સરખી બનાવો: એક ભુજાને છેડે કેન્દ્ર લઇ ભુજા જેટલી જ ત્રિજ્યા વડે વર્તુલ દોરો; બીજી

ભુજાને છેડે કેન્દ્ર લઈ તેટલી જ ત્રિજ્યાનું બીજું વર્તુલ દોરો. વર્તુલોના છેદબિન્દુને ભુજાઓના છેડાઓ સાથે જોડો.

કેમ, કેવી આકૃતિ બની ?—એની ચારે ય ભુજાઓ સરખી બની ખરું ? તો એને આપણે 'સમભુજચતુષ્કોણ' કહી શકીએ ને ?

પણ એ તો સમાન્તરચતુષ્કોણ જેવો જ લાગે છે તો એને સમાન્તરચતુષ્કોણ કેમ ન કહેવો એમ તમને લાગે છે, ખરું ?

વારુ, એક વાર સમાન્તરચતુષ્કોણના બધા ધર્મ એ પાળે છે કે નહિ તે તેની ભુજાઓ, કોણો અને વિકર્ણોના વિભાગ માપીને નક્કી કરો.

કેમ, સમાન્તરચતુષ્કોણના બધા ય ધર્મ એ પાળે છે ખરું ? તો એને એક જાતનો સમાન્તરચતુષ્કોણ કહી જ શકાય; પરંતુ એની બધી ભુજાઓ સરખી છે તેવું સમાન્તરચતુષ્કોણમાં કાંઈ બને છે ?

તો એને માત્ર સમાન્તરચતુષ્કોણ કહીએ તો અન્યાય ન થાય ?

અને સમાન્તરચતુષ્કોણને સમભુજ ચતુષ્કોણ તો કહેવાય જ કયાંથી?

ઠીક, હવે તમે દોરેલા સમભુજચતુષ્કોણના વિકર્ણો દોરો. તેમને લીધે શિરઃકોણોના બનેલા વિભાગ માપો, તેમજ તેમના છેદબિન્દુએ બનેલા કોણો માપો.

કેમ, એ પણ સમભુજચતુષ્કોણની વિશિષ્ટતાઓ ખરી કે નહિ ? સામાન્ય સમાન્તરચતુષ્કોણમાં કાંઈ વિકર્ણો શિરઃકોણોને દુભાગે ? અને પરસ્પર કાટખુણે છેદે ?

ઠીક, હવે સમાન્તરચતુષ્કોણથી ચઢી જાય એવો બીજો એક ચતુષ્કોણ દોરીએ, એક સુરેખાના બન્ને છેડે લંબ દોરો. ગમે તે એક લંબમાં એક બિન્દુ લઇ તે બિન્દુમાંથી સામેના લંબ ઉપર લંબ દોરો.

કેમ, આ આકૃતિ તો તમને પરિચિત લાગે છે ખરૂં ? એવા લંબચોરસ આકારની વસ્તુઓ તો તમે જ્યાં ત્યાં જુઓ છો: થોડાંક ઉદાહરણ આપશો ?

ઠીક. હવે એ લંબચોરસ પણ સમાન્તરચતુષ્કોણના ધર્મ પાળે છે કે નહિ તે જરૂર પડતાં માપ લઇ શોધી કાઢો: શું શું માપશો, કહેશો ?

તો કેમ, લંબચોરસ પણ એક જાતનો સમાન્તરચતુષ્કોણ જ છે, ખરૂં ? પણ સમાન્તરચતુષ્કોણથી એ કયી બાબતમાં વધી જાય છે તે કહેશો ?

બરાબર, એના બધા કોણો કાટખુણા છે એ એની એક વિશિષ્ટતા. વળી એના બધા કોણો સરખા છે એવું આપણે કહેવું હોય તો પણ આપણે કહી શકીએ ને ?

ઠીક, હવે એના વિકર્ણો માપી જુઓ જોઇએ: એ પણ સરખા થાય છે, ખરૂં ? અને તેથી તેમના બનેલા ચારેય વિભાગ પણ સરખા થાય છે, ખરૂં ? સમભુજચતુષ્કોણમાં આમાંનું કંઇ પણ બને ? પણ ત્યારે સમભુજચતુષ્કોણની યે એકેય વિશિષ્ટતા લંબચોરસમાં છે ?

પણ ધારો કે આપણે સમભુજચતુષ્કોણના બધાય કોણો સરખા —એટલે કે કાટખુણા—બનાવીએ, અથવા તો લંબચોરસની બધીયે ભુજાઓ સરખી બનાવીએ, તો લંબચોરસની તેમજ સમભુજચતુષ્કોણની બન્નેની વિશિષ્ટતાઓ ધરાવે એવી આકૃતિ બને કે નહિ ?

તો હવે એવી આકૃતિ દોરી લાવો. એના વિકર્ણો દોરો, અને એક પછી એક આકૃતિમાંની સઘળી સુરેખાઓ અને સઘળા કોણો માપીને જેમ જેમ એમને વિષે કાંઇ નવીનતા જડતી જાય તેમ તેમ તે ટાંકી લ્યો.

'સમચોરસ' કોને કહેવાય તે હવે સમજી ગયા ને ?

મનોયત્ન

૧ કયા પ્રકારના સમાન્તરચતુષ્કોણમાં બધી ભુજાઓ સરખી હોય? કયામાં બધા કોણો સરખા હોય? કયામાં વિકર્ણો સરખા હોય? કયામાં વિકર્ણો કાટખુણે હોય?

૨ લંબચોરસની કયી વિશિષ્ટતા સમભુજચતુષ્કોણમાં ન હોય? સમભુજચતુષ્કોણની કઇ વિશિષ્ટતા લંબચોરસમાં ન હોય? લંબચોરસ કરતાં સમચોરસમાં શું વિશેષ હોય? સમભુજચતુષ્કોણ કરતાં સમચોરસમાં શું વિશેષ હોય?

૩ બે સમાન્તર સુરેખાઓ **अब** અને **कड** દોરો, **अब** માં બિન્દુઓ **म** અને **न** લ્યો. **कड** માંથી **मन** જેટલું અન્તર **सर** કાપી નાખો. **मसरन** આકૃતિ કેવી બની તે જરૂર પડતાં માપ લઇ શોધી કાઢો.

૪ પરસ્પર કાટખુણે દુભાગે એવી બે સુરેખાઓ દોરો. તેમના છેડાઓ જોડનાર સુરેખાઓ વડે જે આકૃતિ બને તે પારખો.

૫ △**अबक** દોરો. **अम=अब** થાય તેમ **बअ** ને **म** બિન્દુએ લંબાવો. **अन=अक** થાય તેમ **कअ** ને **न** બિન્દુએ લંબાવો. **बनमक** કેવા પ્રકારનો ચતુષ્કોણ બન્યો તે શોધી કાઢો.

૬ એક લંબચોરસ દોરો. તેની પાસપાસેની ભુજાઓનાં મધ્યબિન્દુઓ જોડો. જોડનાર સુરેખાઓ કેવી આકૃતિ બનાવે છે?

બનેલી આકૃતિની ભુજાઓનાં મધ્યબિન્દુઓ એ જ પ્રમાણે જોડો. હવે કેવી આકૃતિ બને છે?

૭ એક ત્રિકોણની ભુજાઓનાં મધ્યબિન્દુઓ પરસ્પર જોડો. આકૃતિમાં બનેલા સમાન્તરચતુષ્કોણોની સંખ્યા શોધી કાઢો.

પાઠ ૧૦

નિયમિત બહુકોણો

જેની ત્રણેય ભુજાઓ સરખી હોય તે ત્રિકોણનું નામ શું, યાદ આવે છે?

એ સમભુજત્રિકોણના ત્રણેય કોણો પણ સરખા જ હોય ને?

પણ સમભુજચતુષ્કોના ચારેય કોણો સરખા હોય?

વળી ત્રિકોણના ત્રણેય કોણો સરખા હોય તો તેની ત્રણેય ભુજાઓ પણ સરખી હોય, ખરૂં કે નહિ? પણ ચતુષ્કોણના ચારેય કોણો સરખા હોય તો તેની ચારેય ભુજાઓ સરખી હોય જ એમ કાંઇ કહેવાય? લંબચોરસમાં કોણો સરખા હોય પણ ભુજાઓ કંઈ સરખી હોય?

તો જેની ભુજાઓ સરખી હોય તેમજ કોણો સરખા હોય એવા–નિયમિત–ચતુષ્કોણનું નામ શું, કહી શકશો?

વારૂ, હવે જુઓ, હું બે પંચકોણ દોરૂં છું, એમાંના એકની ભુજાઓ સરખી છે, પણ કોણો સરખા લાગે છે? અને બીજાના કોણો સરખા છે ત્યારે એની ભુજાઓ કેવી લાગે છે? એમાંના એકેયને નિયમિત પંચકોણ કહી શકાય?

પણ ચાલો, હવે આપણે નિયમિત પંચકોણ દોરીએ. એક વર્તુલ દોરો, અને એના કેન્દ્ર આગળ એક એક $\frac{૩૬૦^\circ}{૫} = ૭૨^\circ$ ના કોણ બનાવે એવી પાંચ ત્રિજ્યાઓ મૂકો. તેમના છેડા પરસ્પર જોડો.

કેમ, આ આકૃતિ તો નિયમિત લાગે છે ને? તો એની ભુજાઓ સરખી છે કે નહિ તે માપી જુઓ. કોણો પણ સરખા છે કે નહિ તે માપી જુઓ.

ઠીક. હવે એ જ પ્રમાણે એક એક સાથે $\frac{૩૬૦^\circ}{૬}$=૬૦°ના કોણ બનાવે એવી ૭ ત્રિજ્યાઓ મૂકી હોય તો કેવી આકૃતિ બને? અને $\frac{૩૬૦^\circ}{૮}$=૪૫°ના કોણ બનાવે એવી આઠ ત્રિજ્યાઓ મૂકી હોય તો કેવી બને? દોરી જુઓ જોઇએ.

ઠીક. તો હવે કોઇ પણ નિયમિત બહુકોણ બનાવતાં તમને આવડે કે નહિ? તો કહો જોઇએ, નિયમિત નવકોણ કેવી રીતે બનાવશો? નિયમિત દશકોણ કેવી રીતે બનાવશો?

ઠીક. હવે તમે દોરેલા પંચકોણ, ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણના કોણો અનુક્રમે કેટલા માપના છે તે શોધી કાઢો.

દરેકમાં કેન્દ્ર આગળ તમે જે કોણો બનાવ્યા હતા તે કોણોના માપ સાથે એ માપનો કાંઇ સંબંધ જડે છે? પંચકોણમાં કેન્દ્ર આગળ ૭૨°ના કોણો બનાવ્યા, અને તેના પોતાના કોણો ૧૦૮° ના થયા,–પણ ૭૨° અને ૧૦૮° પૂરકકોણો ખરા કે નહિ? ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમાં પણ એ જ પ્રમાણે બને છે કે નહિ?

તો હવે અમુક બહુકોણના કોણોનું માપ કેટલું થવું જોઇએ તે તમે ગણત્રીથી કહી શકો કે નહિ? તો કહો જોઇએ, નિયમિત નવકોણના કોણોનું માપ કેટલું થવું જોઇએ? નિયમિત દશકોણના કોણોનું કેટલું થવું જોઇએ?

આપણા સમભુજત્રિકોણ અને સમચોરસ પણ નિયમિત જ છે ને? તેમના કોણોનું માપ પણ આ રીતે મેળવી શકાય કે નહિ? મેળવી જુઓ, જોઇએ: મળતું આવે છે?

ઠીક, હવે તમે દોરેલા કોઇ પણ નિયમિત બહુકોણના કેન્દ્રમાંથી

તેની ભુજાઓ ઉપર લંબ દોરો. એ લંબ માપો.

બધા લંબ સરખા થાય છે, ખરૂં? ઠીક, હવે એ લંબ જેટલી ત્રિજ્યા વડે તે જ કેન્દ્રથી એક વર્તુલ દોરો.

કેમ, વર્તુલ તેની ભુજાઓને બરોબર અડકીને જાય છે કે નહિ? તો બહુકોણને બરોબર ઘેરી લેનાર મૂળ વર્તુલને જો આપણે 'પરિવૃત્ત' કહીએ, તો તેની અંદર બરોબર સમાઇ રહેનાર આ બીજા વર્તુલને આપણે 'અન્તર્વૃત્ત' કહેવું જોઇએ, ખરૂં કે નહિ?

ઠીક, હવે ભુજાઓને જે બિન્દુઓએ લંબ મળે છે તે બિન્દુઓને પરસ્પર જોડ્યાં હોય તો બીજો એવો જ બહુકોણ બને કે નહિ? અને મૂળ બહુકોણનું અન્તર્વૃત્ત તેનું પરિવૃત્ત બની જાય કે નહિ?

અને એ પ્રમાણે એક અંદર એક સંખ્યાબંધ નિયમિત બહુકોણો આપણે બનાવી શકીએ કે નહિ?

ઠીક, હવે એક સમભુજત્રિકોણ દોરો, તેમાં કોઇ પણ ઠેકાણે એક બિન્દુ લઇ તેમાંથી ભુજાઓ ઉપર લંબ દોરો. લંબ માપો અને માપનો સરવાળો કરો.

હવે એમાં જ બીજું કોઇ બિન્દુ લ્યો. એ જ પ્રમાણે લંબ દોરો, માપો અને માપનો સરવાળો કરો.

હજી એમાં એક ત્રીજું બિન્દુ લ્યો, અને ફરીથી લંબ દોરો, માપો અને સરવાળો કરો. ત્રણેય સરવાળા સરખા થાય છે?

હવે સમભુજત્રિકોણને બદલે બીજી કોઇ નિયમિત આકૃતિમાં એ પ્રમાણે કરી જુઓ: એમાં પણ પરિણામ એવું જ આવે છે?

તો નિયમિત આકૃતિઓની આ પણ એક વિશિષ્ટતા ખરી કે નહિ?

મનોયત્ન

૧ એક નિયમિત પંચકોણ દોરો. તેની બધી ભુજાઓને બન્ને બાજુએ લંબાવો. તેઓ મળે તે બિન્દુઓને પરસ્પર જોડો. જોડનાર સુરેખાઓ કેવી આકૃતિ બનાવે છે?

૨ એક વર્તુલ દોરો. તેની ત્રિજ્યા જેટલી ત્રિજ્યા વડે પરિધના બને તેટલા વિભાગ કરો. કેટલા વિભાગ થાય છે? વિભાગ-બિન્દુઓ પરસ્પર જોડવાથી કયી આકૃતિ બને?

૩ એક સમભુજત્રિકોણ દોરો. તેની ભુજાઓને ત્રિભાગો. પાસ-પાસેનાં ત્રિભાગબિન્દુઓ જોડો. આકૃતિમાંથી નિયમિત ષટ્કોણ બતાવશો?

હવે એ ત્રિભાગબિન્દુઓ જોડનાર સુરેખાઓ બન્ને બાજુએ લંબાવો. તેઓ પરસ્પર મળે તે બિન્દુઓ જોડવાથી બીજો નિયમિત ષટ્કોણ બને કે નહિ?

૪ એક સમચોરસ દોરો. તેની ભુજાઓને દુભાગો. તેના પરિવૃત્તના કેન્દ્રને દુભાજકબિન્દુઓ સાથે જોડો, અને પરિધને મળે ત્યાંસુધી જોડનાર સુરેખાઓ લંબાવો. પરિધના બધા મળી કેટલા વિભાગ થયા? એ વિભાગબિન્દુઓ પરસ્પર જોડવાથી કયી આકૃતિ બને?

૫ એક નિયમિત અષ્ટકોણ દોરો. તેની પાસપાસેની ભુજાઓનાં મધ્યબિન્દુઓ જોડો. જોડનાર સુરેખાઓ કેવી આકૃતિ બનાવે છે?

૬ એક નિયમિત નવકોણ દોરો. જેની ભુજાઓ એ નવકોણની ભુજાઓને અનુક્રમે સમાન્તર હોય એવો બીજો નિયમિત નવ-કોણ જેના ઉપરથી જ દોરી લાવો.

૭ એક નિયમિત પંચકોણ દોરો અને તેના ઉપરથી નિયમિત દશકોણ દોરી લાવો.

પાઠ ૧૧

વર્તુલ

ચાલો, હવે વર્તુલ વિષે કંઇક શિખીએ.

એક વર્તુલ દોરો, અને તેના પરિઘને બન્ને બાજુએ મળે એવી એક સુરેખા દોરો; એ સુરેખાનું—જીવાનું—મધ્યબિન્દુ કેન્દ્ર સાથે જોડો અને તેમ કરવાથી મધ્યબિન્દુએ બનતા કોણો માપો.

બન્ને કોણ કાટખુણા થાય છે ખરૂં ? તેમ થવાનું કારણ આપી શકશો ?—જીવાના છેડા કેન્દ્ર સાથે જોડો: કેવો ત્રિકોણ બને છે ? હવે કારણ આપી શકશો ?

તો હવે બીજી બે ત્રણ જીવાઓ દોરો, અને તેમનાં મધ્યબિન્દુ-ઓએ પણ એ પ્રમાણે બને છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

ઠીક, હવે બીજું વર્તુલ દોરી તેમાં બે ત્રણ જીવાઓ મૂકો, અને કેન્દ્રમાંથી તેમના ઉપર લંબ દોરો: શું પરિણામ આવશે તે કહી શકશો ? તો દોરો અને માપીને જ ખાત્રી કરો.

ઠીક, તો હવે બીજા કોઇ વર્તુલમાં આપણે જીવાઓના મધ્ય-બિન્દુઓએ જીવાઓને લંબ દોરીએ, તો તે બધા લંબ કેન્દ્રમાંથી જ જાય કે નહિ ? એક વર્તુલ દોરીને અજમાવી જુઓ.

કેમ, આપણા ધાર્યા પ્રમાણે જ થાય છે ને ?

તો હવે ધારો કે કોઇ વર્તુલનું કે વર્તુલાકાર વસ્તુનું કેન્દ્ર કયાં છે તે તમે જાણતા ન હો, તો આ સત્યને આધારે તમે હવે કેન્દ્ર શોધી શકો કે નહિ ? શોધવાને કયી ક્રિયા કરો ?

ઠીક, હવે એક વર્તુલ દોરી તેમાં મોટામાં મોટી જીવા દોરી લાવો.

કેમ, શું અનુભવો છો ? એ જીવા તો કેન્દ્રમાંથી જાય છે, ખરૂં ?

અને એ જ માપની બીજી સંખ્યાબંધ જીવાઓ કેન્દ્રમાંથી દોરી શકાય છે, ખરું ?

તો ચાલો, આપણે એવા જીવાઓને 'વ્યાસ' કહીશું: વ્યાસ અને ત્રિજ્યાના માપ વચ્ચે શો સંબંધ હોય તે હવે કહી શકશો ?

ઠીક, તો હવે એક વર્તુલ દોરી તેમાં એક વ્યાસ મૂકો: વર્તુલના કેવા વિભાગ બને છે ? વ્યાસથી સ્હેજ પણ નાની જીવા મૂકીએ તો તે જીવા વડે એવા વિભાગ બને ? તો વ્યાસને આપણે વર્તુલની ધરી પણ કહી શકીએ કે નહિ ?

ઠીક, હવે વર્તુલના પરિઘ ઉપર ત્રણચાર બિન્દુઓ લઇ વ્યાસના છેડાઓ સાથે તેમને અનુક્રમે જોડો. દરેક બિન્દુએ વ્યાસ જે કોણ આંતરે તે કોણ માપો.

દરેક કોણ કાટખુણો જ બને છે ખરું ? ઠીક, પણ બીજાં એક બે વર્તુલો દોરી તેમાં પણ એ પ્રમાણે થાય છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

બધે ય એ જ પરિણામ આવે છે ખરું ?

તો હવે વર્તુલના પરિઘ ઉપર કોઇ પણ બિન્દુએ વ્યાસ કેટલા માપનો કોણ આંતરે તે તમે તેને માપ્યા વિના કહી શકો કે નહિ ?

તો ચાલો, એક વર્તુલમાં બે વ્યાસ મૂકો અને વ્યાસના છેડા પરસ્પર જોડો: જોડનાર સુરેખાઓથી કેવી આકૃતિ બની તે કહી શકશો ?

ઠીક, હવે બીજા એક વર્તુલમાં વ્યાસને બદલે જીવા મૂકો, અને પરિઘ ઉપરનાં બિન્દુઓએ જે કોણો જીવા આંતરે તે કોણો માપો.

અન્તરિત કોણો આ વખતે તો કાટખુણા નથી બનતા ખરું ? પણ જીવાની એકએક બાજુના કોણો સરખા તો બને છે ને ?

અને વર્તુલના મોટા ખંડમાંના અન્તરિત કોણોનું માપ કાટ-

ખુણાથી જેટલું ઓછું બને છે તેટલું જ નાના ખંડમાંના કોણોનું માપ કાટખુણાથી વધારે બને છે, ખરૂં કે નહિ ?

તો જીવાની એકએક બાજુના અન્તરિત કોણો સરખા છે. અને સામસામેની બાજુના અન્તરિત કોણો પૂરક છે એમ આપણે કહી શકીએ કે નહિ ?

ઠીક, પણ ચાલો, બીજું એક વર્તુલ દોરીને વધારે ખાત્રી કરીએ. એક વર્તુલ દોરી તેના પરિધ ઉપર અનુક્રમે **अ, ब, क, ड** બિન્દુ-ઓ લ્યો, તેમને પરસ્પર જોડો. હવે કહો, **अब** જીવા પરિધ ઉપર કયા કયા કોણ આંતરે છે ? તો તે કોણો માપોઃ માપ સરખાં થાય છે ? ઠીક, હવે **बक** જીવા કયા કયા આંતરે છે ? તે પણ સરખા જ થવા જોઈએ ને ? તેમ થાય છે કે નહિ તે માપીને નક્કી કરો. એ જ પ્રમાણે **कड** અને **डअ** જીવાઓ જે કોણો આંતરે તે માપો અને માપ સરખાવો. ઠીક, પણ હવે **अक** અને **बड** પણ જીવાઓ જ છે ને ? તો **अक** કયા કયા કોણ આંતરે છે તે કહેશો ? પરંતુ એ કોણો તો **अक** ની સામસામેની બાજુએ આવ્યા એટલે એ તો પૂરક થવા જોઈએ, ખરૂં કે નહિ ? તો માપી જુઓ અને ખાત્રી કરો. જીવા **बड** ની સામસામેના કોણો પણ પૂરક જ બનવા જોઈને ને ? તે પણ માપી જુઓ અને ખાત્રી કરો.

તો હવે વર્તુલમાં મૂકેલા કોઈ પણ ચતુષ્કોણના સામસામેના કોણો પૂરક બને એમ આપણે કહી શકીએ કે નહિ ?

મનોયત્ન

૧ એક વર્તુલમાં એક વ્યાસ મૂકો. વ્યાસને કાટખુણે મળે એવી ત્રણચાર જીવાઓ દોરો. જીવાઓના બનેલા વિભાગ માપો.

પરિણામ માટે સમજુતી આપી શકશો ?

૨ એક વર્તુલમાં ચારપાંચ સમાન્તર જીવાઓ મૂકો, તેમનાં મધ્યબિન્દુઓ એક જ સુરેખામાં આવે છે કે નહિ તે નક્કી કરો.

એ સુરેખા વર્તુલ પરત્વે શો સંબંધ ધરાવે ?

૩ પાંચ સે. મિ. ત્રિજ્યાના વર્તુલમાં છ સે. મિ. લાંબી ત્રણચાર જીવાઓ મૂકો. કેન્દ્રથી તેમનાં મધ્યબિન્દુઓ સુધીનું અન્તર માપો અને સરખાવો.

માપ તેટલું થવાનાં કારણ આપી શકશો ?

૪ પરસ્પર **ય** બિન્દુએ છેદે એવી **અબ** અને **કડ** જીવાઓ એક એક વર્તુલમાં મૂકો. △ **અયક** અને △ **બયડ** ના કોણો માપો અને સરખાવો. માપ સરખાં થવાનાં કારણ આપો.

સ્હેજ રચના ફરી સરખા માપના કોણોવાળા એવા જ બીજા બે ત્રિકોણો આકૃતિમાંથી બતાવશો ?

૫ △ **અબક** ની ભુજાઓ **અબ** અને **અક** ને અનુક્રમે વ્યાસ ગણી વર્તુલો દોરો. વર્તુલો **બક** માં એક જ બિન્દુએ છેદે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

તેમ થવાનાં કારણ આપી શકશો ?

૬ એક વર્તુલમાં **અબ** વ્યાસ મૂકો. **અબ**ની એક બાજુએ ∠ **અબક** =૫૦° થાય અને બીજી બાજુએ ∠ **અબડ**=૩૦° થાય તેવી રીતે **બક** અને **બડ** જીવાઓ મૂકો. **અક** અને **અડ** જોડો. આકૃતિમાંના બાકીના કોણોનું માપ ગણત્રીથી મેળવો, અને માપીને ખાત્રી કરો.

૭ એક વર્તુલ દોરો. તેના પરિઘ ઉપર એક બિન્દુ લઇ બિન્દુમાંથી ત્રણચાર જીવાઓ દોરો. જીવાઓના છેડાઓએ કાટખુણા બનાવો. કાટખુણાઓની ભુજાઓ પરિઘ ઉપર એક જ બિન્દુએ મળે છે કે નહિ ? તેમ થવાનું શું કારણ હશે ?

પાઠ ૧૨

એકબિન્દુગામી સુરેખાઓ

એક ત્રિકોણ દોરો. તેના કોઇ પણ બે કોણો દુભાગો. દુભાજકો મળે તે બિન્દુને બાકીના શિરોબિન્દુ સાથે જોડો. એ બાકીના કોણના બનેલા વિભાગ માપો.

વિભાગ સરખા થાય છે, ખરૂં? તો એનો અર્થ એ જ થયો ને કે ત્રિકોણના ત્રણેય કોણોના દુભાજકો એક જ બિન્દુએ મળે છે?

તો ચાલો, બીજો એક ત્રિકોણ દોરી તેના ત્રણેય કોણો દુભાગો. આપણા ધાર્યા પ્રમાણે દુભાજકો એક જ બિન્દુએ મળે છે?

ઠીક. હવે જે બિન્દુએ તેઓ મળે છે તે બિન્દુમાંથી ત્રણેય ભુજાઓ ઉપર લંબ દોરો, ત્રણેય લંબ માપો: માપ સરખાં થાય છે?

તો હવે એ માપ જેટલી ત્રિજ્યા વડે દુભાજકોના સંગમબિન્દુએ કેન્દ્ર લઇ એક વર્તુલ દોરો.

કેમ, વર્તુલ ત્રિકોણમાં બરાબર સમાઇ રહે છે? એ વર્તુલને આપણે અન્તર્વૃત્ત જ કહીશું ને?

તો હવે કોઇ પણ ત્રિકોણનું અન્તર્વૃત્ત દોરી લાવતાં તમને આવડે કે નહિ? કેવી રીતે દોરો?

ઠીક. હવે ચાલો, ત્રિકોણનું પરિવૃત્ત દોરીએ.

અન્તર્વૃત્તના કેન્દ્રથી જ પરિવૃત્ત દોરી શકાય કે નહિ તે એકવાર અજમાવી જુઓ, જોઇએ.

કેમ, અન્તર્વૃત્તના કેન્દ્રથી પરિવૃત્ત નથી દોરી શકાતું, ખરૂં? તો પરિવૃત્તનું કેન્દ્ર આપણે બીજે કંઇક લેવું પડશે, ખરૂં કે નહિ?

તો ચાલો, ત્રિકોણની ભુજાઓને દુભાગો અને દુભાજક બિન્દુઓએ એ ભુજાઓને જ લંબ દોરો: ત્રણેય લંબદુભાજકો એક જ બિન્દુએ મળે છે?

ઠીક. તો તેમના સંગમબિન્દુને ત્રિકોણનાં ત્રણેય શિરોબિન્દુઓ સાથે જોડો અને જોડનાર સુરેખાઓ માપો.

માપ સરખાં થાય છે, ખરૂ ? તો પરિવૃત્ત દોરવાને કયાં કેન્દ્ર લેવું પડશે અને કેટલી ત્રિજ્યા લેવી પડશે તે હવે કહી શકશો ?

તો તે પ્રમાણે કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા લઈ પરિવૃત્ત દોરી લાવો.

ઠીક. પરંતુ ત્રિકોણની ભુજાઓ તો હવે વર્તુલની જીવાઓ બની ગઇ, ખરૂં કે નહિ ? અને જીવાઓના લંબદુભાજકો કેન્દ્રમાં જ મળે તે પ્રમાણે અહીં પણ મળે છે, ખરું કે નહિ ?

તો આપણે ભુજાઓના લંબદુભાજકો શા માટે દોર્યા તેનું કારણ હવે સમજી ગયા ?

ઠીક. હવે એક સમભુજચતુષ્કોણ દોરો અને એક લંબચોરસ દોરો. સમભુજચતુષ્કોણના કોણો દુભાગો. અને લંબચોરસની ભુજાઓના લંબદુભાજકો દોરો.

કેમ, પહેલામાં કોણદુભાજકો એક જ બિન્દુએ મળે છે, અને બીજામાં લંબદુભાજકો એક જ બિન્દુએ મળે છે, ખરું કે નહિ ?

ઠીક, હવે સમભુજચતુષ્કોણમાં કોણદુભાજકોના સંગમબિન્દુએ કેન્દ્ર લઇ ત્યાંથી કોઈ પણ ભુજા ઉપરના લંબ જેટલી ત્રિજ્યા વડે વર્તુલ દોરો; અને લંબચોરસમાં લંબદુભાજકોના સંગમબિન્દુએ કેન્દ્ર લઇ ત્યાંથી કોઇ પણ શિરોબિન્દુ સુધીના અંતર જેટલી ત્રિજ્યા વડે વર્તુલ દોરો.

કેમ, પહેલું વર્તુલ સમભુજચતુષ્કોણનું અન્તર્વૃત્ત બને છે અને બીજું લંબચોરસનું પરિવૃત્ત બને છે, ખરું કે નહિ ?

પણ હવે સમભુજચતુષ્કોણની ભુજાઓની લંબદુભાજકો દોરો, અને લંબચોરસના કોણદુભાજકો દોરો: શું પરિણામ આવે છે ?

તો સમભુજચતુષ્કોણને પરિવૃત્ત હોઇ શકે ? અને લંબચોરસને અન્તર્વૃત્ત હોઇ શકે ?

પરંતુ સમચોરસને તો અન્તર્વૃત્ત તેમજ પરિવૃત્ત દોરી શકાય છે તો તેના કોણદુભાજકો અને ભુજાઓના લંબદુભાજકો એકબિન્દુગામી હોવા જોઇએ, ખરું કે નહિ? અને તેના અન્તર્વૃત્ત અને પરિવૃત્તનાં કેન્દ્ર એકનાં એક હોય છે એટલે કોણદુભાજકો અને લંબદુભાજકોનાં સંગમબિન્દુઓ પણ એક જ હોવાં જોઇએ, ખરું કે નહિ?

અને જે પ્રમાણે સમચોરસમાં તે પ્રમાણે બીજા નિયમિત બહુકોણોમાં પણ થવું જોઇએ, ખરું કે નહિ?

તો એકાદ નિયમિત બહુકોણ દોરીને અજમાવો જોઇએ.

ઠીક. હવે ત્રિકોણમાં બીજી કેટલીક સુરેખાઓ એકબિન્દુગામી હોય છે તે આપણે જોઈએ:

એક ત્રિકોણ દોરી તેની મધ્યગાઓ દોરો: શું અનુભવો છો? બીજો એક ત્રિકોણ દોરી તેમાં પણ તે પ્રમાણે થાય છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો. તો કેમ, મધ્યગાઓ પણ એકબિન્દુગામી ખરી કે નહિ?

હવે બીજા એક બે ત્રિકોણો દોરી તેમનાં શિરોબિન્દુઓમાંથી સામેની ભુજાઓ ઉપર લંબ દોરો. કેમ, એ લંબ પણ એકબિન્દુગામી બને છે, ખરું કે નહિ?

તો ત્રિકોણમાં કયી કયી સુરેખાઓ એકબિન્દુગામી હોય તે હવે કહેશો?

મનોયત્ન

૧ △**અબક** દોરો. **અબ** અને **અક**ને અનુક્રમે **મ** અને **ન** બિન્દુઓએ દુભાગો. **બન** અને **કમ** ના છેદબિન્દુને **ગ** નામ આપો. **બક** ને મળે ત્યાંસુધી **અગ** લંબાવો. **બક** ના બનેલા વિભાગ માપો. વિભાગ સરખા થવાનાં કારણ આપી શકશો?

૨ એક વર્તુલમાં **અબ** વ્યાસ મૂકો. **અબ** ની એક બાજુએ પરિઘ ઉપર **મ**, **ન** બિન્દુઓ લ્યો. **અમ** અને **બન** ના છેદબિન્દુને **પ** નામ આપો, તથા **અન** અને **બમ** ના છેદબિન્દુને **સ** નામ આપો. સુરેખા **પસ** લંબાવવાથી **અબ** ને તે લંબ બને છે કે નહિ તે માપીને નક્કી કરો. તેમ થવાનાં કારણ આપો.

૩ △**અબક** ની ભુજાઓ **અબ**, **અક** અનુક્રમે **મ**, **ન** બિન્દુઓએ લંબાવો. ∠**કબમ** અને ∠**બકન** ના દુભાજકો દોરો. દુભાજકો મળે તે બિન્દુને **પ** નામ આપો. સુરેખા **અપ** વડે ∠**બઅક** ના કેવા વિભાગ બને છે તે માપીને શોધી કાઢો.

ત્રિકોણની બીજી કોઈ પણ બે ભુજાઓ લંબાવી એવી જ ક્રિયા ફરીથી કરોઃ પરિણામમાં ફેર પડે છે? તો આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

૪ ઉપરના દાખલામાં **પ** માંથી **અમ**, **બક**, **અન** ઉપર લંબ દોરો. લંબ માપો. **પ** બિન્દુએ કેન્દ્ર લઇ કોઇ પણ લંબ જેટલી ત્રિજ્યા વડે વર્તુલ દોર્યું હોય તો ત્રિકોણ પરત્વે એ વર્તુલ કેવો સંબંધ ધરાવે?

૫ એક કાટખુણત્રિકોણ દોરો. તેની ભુજાઓના લંબદુભાજકો દોરોઃ તેઓ ક્યાં આગળ મળે છે? તો તેના પરિવૃત્તનું કેન્દ્ર ક્યાં હોવું જોઇએ?

એ પરિવૃત્ત સાથે તેનો કર્ણ કેવો સંબંધ ધરાવે છે?

૬ એક સમદ્વિભુજત્રિકોણ દોરો. તેની ભુજાઓના લંબદુભાજકો, તેના કોણદુભાજકો, તેની મધ્યગાઓ અને તેનાં શિરોબિન્દુઓ-માંથી લંબ,–સર્વે દોરો. સર્વેનાં સંગમબિન્દુઓ એક જ સુરેખા ઉપર આવે છે? તે કયી સુરેખા? તેમ થવાનું કારણ શું હશે?

૭ સમભુજત્રિકોણમાં સર્વ સંગમબિન્દુઓ એક જ બિન્દુએ હોય તે આકૃતિ દોરીને સમજાવો.

અભ્યાસપત્રો

પત્ર ૧

૧ સમદ્વિભુજત્રિકોણના બે કાટખુણત્રિકોણ કેવી રીતે બનાવશો? કાટખુણત્રિકોણના બે સમદ્વિભુજત્રિકોણ કેવી રીતે બનાવશો?

૨ એક સમભુજ △**અબક** દોરો. **અપ=બમ=કન** થાય તે પ્રમાણે **અબ, બક, કઅ** માં અનુક્રમે **પ, મ, ન** બિન્દુઓ લ્યો. △**પમન** પણ સમભુજ બને છે કે કેમ તે માપીને નક્કી કરો.

૩ ૬.૫ સે. મિ. ત્રિજ્યાના વર્તુલમાં ૧૨ સે. મિ. લાંબી એક જીવા મૂકો; જીવાના મધ્યબિન્દુમાંથી જાય એવો એક વ્યાસ દોરો. તે બિન્દુએ વ્યાસના બનેલા વિભાગ માપો.

ગણત્રીથી એ માપ મેળવી શકશો?

૪ નીચેના માપનો ત્રિકોણ દોરો:—

અબ=અક=૪ સે. મિ. ∠**અ**=૧૨૦°

તેનું પરિવૃત્ત દોરો, અને તેની ત્રિજ્યા માપો.

૫ તમારો રૂમાલ લંબચોરસ છે કે સમચોરસ છે તે જાણવાને તમે સાધારણ રીતે શું કરો છો? ભૂમિતિની દૃષ્ટિએ એ ક્રિયા ખરી છે કે કેમ તે સમજાવી શકશો?

પત્ર ૨

૧ જેની ભુજાઓ સરખી હોય પણ કોણો સરખા ન હોય એવી એક આકૃતિ દોરો. જેના કોણો સરખા હોય પણ ભુજાઓ સરખી ન હોય એવી બીજી આકૃતિ દોરો. જેની ભુજાઓ સરખી હોય તેમજ કોણો સરખા હોય એવી ત્રીજી આકૃતિ દોરો.

૨ △**અબક** ની **અબ, અક** ભુજાઓનાં અનુક્રમે **મ** અને **ન** મધ્યબિન્દુઓ લ્યો. **અ** માંથી **બક** સુધી ત્રણ ચાર સુરેખાઓ દોરો. **મન** જોડવાથી એ સુરેખાઓના બનતા વિભાગ માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

૩ સુરેખા **અબ**=૮ સે. મિ. દોરો. તેના મધ્યબિન્દુ **ક** આગળ લંબ **કપ**=૩ સે. મિ. દોરો. **અપ, બપ** માપો. ગણત્રીથી ખાત્રી કરો.

૪ નીચેના માપનો ત્રિકોણ દોરોઃ—

અબ=૬ સે. મિ., **અક**=૮ સે. મિ. ∠**અ**=૬૦°

અબ અને **અક** ઉપર અનુક્રમે **કમ** અને **બન** લંબ દોરો. **અન, બમ** માપો.

૫ પૃથ્વી પોતાની ધરી ઉપર ૭ કલાકમાં કેટલા અંશનો કોણ ફરે ? બાર કલાકમાં કેટલા અંશનો ફરે ?

પત્ર ૩

૧ માપ્યા વિના સુરેખાને અને કોણને કેવી રીતે દુભાગી શકાય તે ક્રિયાઓ કરી બતાવીને સમજાવો.

૨ એક સમાન્તરચતુષ્કોણ **અબકડ** દોરો **અબ** અને **કડ** ને અનુક્રમે **મ** અને **ન** બિન્દુઓમાં દુભાગો. **અન, કમ, બડ** જોડો. **બડ** ના બનેલા વિભાગ માપો અને સરખાવો.

૩ એક વર્તુલમાં એક વ્યાસ દોરી વ્યાસના છેડેથી ત્રિજ્યા જેટલી જ એક જીવા મૂકો. વ્યાસ અને જીવાના બાકીના છેડા જોડવાથી બનતા ત્રિકોણના કોણો માપો.

માપ ગણત્રીથી મેળવી શકશો ?

૪ નીચેના માપનો એક ત્રિકોણ દોરોઃ—

∠**અ**=∠**બ**=૭૨°, **બક**=૮ સે. મિ.

∠**અ** અને ∠**બ** ના દુભાજકો દોરો. તેમને સામેની ભુજાઓમાં અનુક્રમે **મ** અને **ન** બિન્દુએ મળવા દો. તેઓ પરસ્પર છેદે તે બિન્દુને **પ** નામ આપો. જરૂર પડતાં માપ લઇ આકૃતિમાંથી એક જ માપના કોણોવાળા સમદ્વિભુજત્રિકોણોની યાદી કરો.

૫ તમારા નિત્યના અનુભવની વસ્તુઓમાંથી સમાન્તર સુરેખાઓનાં દશ ઉદાહરણ આપો.

પત્ર ૪

૧ કયા કાટખુણિયાને અર્ધસમચોરસ કહી શકાય? કયાને અર્ધ-સમભુજત્રિકોણ કહી શકાય?

૨ બે વર્તુલો દોરો. એકમાં બે સરખી જીવાઓ મૂકો; બીજામાં બે સમાન્તર જીવાઓ મૂકો. જીવાઓના છેડા પરસ્પર જોડો. જોડનાર સુરેખાઓ પહેલામાં કેવો સંબંધ ધરાવે છે? બીજામાં કેવો ધરાવે છે?

૩ સમદ્વિભુજ △**अबक** દોરો. **बअ** ને **प** બિન્દુએ લંબાવો. **बक** ને સમાન્તર **अस** દોરો, ∠**पअस** અને ∠**कअस** માપો. માપ સરખાં થવાનું કારણ આપી શકશો?

૪ નીચેના માપનો ત્રિકોણ દોરોઃ—

अब=૩ સે. મિ. **बक**=૫ સે. મિ. **कअ**=૭ સે. મિ.

∠**अ** ને દુભાગો. દુભાજકથી બનતા **बक** ના વિભાગ માપો. ∠**अबक** માપો.

૫ દશ ફુટ વ્યાસના એક ગોળાકાર કુવામાં બની શકે તેટલી મોટી એક સમચોરસ જાળી નખાવવી છે: જાળીની ભુજાનું માપ કેટલું રખાવવું પડશે?

પત્ર ૫

૧ મધ્યગા, કોણદુભાજક, લંબદુભાજક અને લંબ,—એ સર્વની પરસ્પર ભિન્નતા આકૃતિઓ દોરીને સમજાવો.

૨ એક સમાન્તરચતુષ્કોણ દોરી તેના કોણોને દુભાગો. દુભાજકો પરસ્પર મળે ત્યાંસુધી લંબાવો. તેમના મળવાથી કયા પ્રકારની આકૃતિ બને છે?

સમાન્તરચતુષ્કોણને બદલે સમભુજચતુષ્કોણ હોય તો શું પરિણામ આવે? લંબચોરસ હોય તો શું આવે?

૩ **અ** કેન્દ્રવાળા એક વર્તુલમાં **અબ** અને **અક** બે ત્રિજ્યાઓ પરસ્પર કાટખુણે મૂકો. ∠**બઅક** નો દુભાજક પરિઘને મળે તે બિન્દુને **પ** નામ આપો. △**પબક** ના કોણો માપો. ગણત્રીથી માપ મેળવી શકશો ?

૪ નીચેના માપનો એક ત્રિકોણ દોરો:—

અબ=૪ સે. મિ. **બક**=૮ સે. મિ. ∠**અ**=∠**બ**+∠**ક**

અબ, **બક**, **કઅ** નાં મધ્યબિન્દુઓ અનુક્રમે **મ**, **પ**, **ન** લ્યો. **અપ**, **મપ**, **નપ**, **નમ** જોડો. આકૃતિમાંથી સમભુજત્રિકોણ, સમદ્વિભુજત્રિકોણ, સમાન્તરચતુષ્કોણ અને લંબચોરસને ઉદાહૃત કરો.

૫ કોઈ વર્તુલાકાર સિક્કાનું કેન્દ્ર શોધી કાઢવાને કયા કયા ઉપાયો યોજશો ?

પત્ર ૬

૧ કાટખુણત્રિકોણને એક કાટખુણભુજા ઉપર ફેરવીને તે ભુજાની બીજી બાજુએ મૂક્યો હોય તો બન્ને સ્થિતિમાં મળીને તે કઈ આકૃતિ બનાવે ? સમદ્વિભુજત્રિકોણને તે જ પ્રમાણે પાયા ઉપર ફેરવ્યો હોય તો કયી આકૃતિ બને ?

૨ એક કોણ દોરીને તેને દુભાગો. દુભાજક ઉપર જુદાં જુદાં બિન્દુઓ લઇ તેમાંથી કોણની ભુજાઓ ઉપર લંબ દોરો. દરેક બિન્દુથી દોરેલા બન્ને લંબ માપો અને માપ સરખાવો.

૩ જેની **અબ** ભુજા **બક** ભુજા કરતાં બમણી હોય એવો લંબચોરસ **અબકડ** દોરો. **અબ** અને **અડ** ને અનુક્રમે **મ** અને **ન** બિન્દુએ દુભાગો, ∠**અનબ** અને ∠**કમડ** માપો. ગણત્રીથી મેળવીને ખાત્રી કરો.

૪ નીચેના માપનો ત્રિકોણ દોરો:—

અબ=૭.૫ સે. મિ. **અક**=૧૦ સે. મિ, **બક**=૧૨.૫ સે. મિ.

મધ્યગા अप દોરો. अप અને ∠बअक માપો.

૫ હું પંદર માઇલ ઉત્તરમાં જાઉં, અને પછી ત્યાંથી તેટલું જ અન્તર પૂર્વમાં જાઉં, તો મૂળ સ્થળથી કયી દિશામાં આવું અને કેટલો દૂર પહોંચું?

પત્ર ૭

૧ કયા પ્રકારના ત્રિકોણનું પરિવૃત્તકેન્દ્ર ત્રિકોણની બ્હાર આવે? કયા પ્રકારના ત્રિકોણનું પરિવૃત્તકેન્દ્ર અન્તર્વૃત્તનું પણ કેન્દ્ર બને?

૨ પરસ્પર म અને न બિન્દુઓએ છેદે એવાં બે વર્તુલો દોરો. એકમાં વ્યાસ मस અને બીજામાં વ્યાસ मर દોરો. स, न, र બિન્દુઓ પરસ્પર કેવો સંબંધ ધરાવે છે તે શોધી કાઢો.

૩ સુરેખા अब=૪ સે. મિ. દોરો. તેની એક જ બાજુએ લંબ अम=૬ સે. મિ. અને લંબ बन=૩ સે. મિ. દોરો. मन અને अब ને લંબાવો. તેમને प બિન્દુએ મળવા દો. बप, पन, नम માપો.

૪ નીચેના માપનો ત્રિકોણ દોરો:—

∠अ=૨∠ब=૨∠क, बक=૪"

તેની ભુજાઓને દુભાગો, અને દુભાજક બિન્દુઓ પરસ્પર જોડો. આમાંથી મધ્યગા પણ દોરો. આકૃતિમાં બનેલા કાટખુણ-સમદ્વિભુજત્રિકોણની યાદી કરો.

૫ ૨૦' લાંબી નીસરણી જમીનથી ૧૨' ઉંચે દિવાલને અડકેલી પડી છે. જમીન ઉપરના તેના છેડાને ૪' ભીંતની પાસે લાવીએ તો તે કેટલી વધારે ઉંચાઇએ પહોંચે?

પત્ર ૮

૧ ત્રિકોણની ભુજાઓનાં મધ્યબિન્દુઓ પરસ્પર જોડવાથી બનતો ત્રિકોણ મૂળ ત્રિકોણ સાથે કોણો પરત્વે કેવો સંબંધ ધરાવે? ભુજાઓ પરત્વે કેવો ધરાવે?

૨ △**अबक** માં સામેની ભુજાઓ ઉપર લંબ **अप, बम, कन** દોરો. △**पमन** ના કોણોના **अप, बम, कन** થી બનતા વિભાગ માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

૩ સુરેખા **अब**=૧૦ સે. મિ. દોરો. **अ** કેન્દ્રથી ૮ સે. મિ. ત્રિજ્યા વડે વર્તુલ એક દોરો. **ब** કેન્દ્રથી ૬ સે. મિ. ત્રિજ્યા વડે બીજું વર્તુલ દોરો. વર્તુલો છેદે તે બિન્દુઓને **म** અને **न** નામ આપો. **मन** જોડો. **अब** અને **मन** ના બનેલા વિભાગ માપો.

૪ નીચેના માપનો ત્રિકોણ દોરોઃ—

अब=૮ સે. મિ., ∠**अ**=૩૦°, ∠**ब**=૭૫°

अब ને વ્યાસ ગણી **अक** ને **म** બિન્દુએ છેદે એવું એક વર્તુલ દોરો, અને **अक** ને વ્યાસ ગણી **अब** ને **न** બિન્દુએ છેદે એવું બીજું વર્તુલ દોરો. **बम** અને **कन** માપો.

૫ એક ત્રિકોણાકાર બાગની બે દિવાલો સરખી લંબાઈની છે. ભૂમિતિની દૃષ્ટિએ તેનો મુખ્ય ઝાંપો કયે કયે ઠેકાણે રાખવાની તમે સલાહ આપો? ફુવારો કયાં કયાં મૂકવાની સલાહ આપો?

પત્ર ૯

૧ નિયમિત બહુકોણો રચવાની રીત સમજાવો. તેમના કોણોનું માપ શોધી કાઢવાની રીત પણ સમજાવો.

૨ એક સમાન્તરચતુષ્કોણ **अबकड** દોરો. **बम**=**अब** થાય તેમ **अब** ને **म** બિન્દુએ લંબાવો અને **डन**=**अड** થાય તેમ **अड** ને **न** બિન્દુએ લંબાવો. **म, क, न** બિન્દુઓ પરસ્પર કેવો સંબંધ ધરાવે છે?

૩ સુરેખા **अब** ને **म** અને **न** બિન્દુઓએ ત્રિભાગો. **मन** પાયા ઉપર સમભુજ △**पमन** દોરો. △**पअब** ના કોણો માપો અને ગણત્રીથી ખાત્રી કરો.

૪ નીચેના માપનો ત્રિકોણ દોરોઃ—

बक=૧૦ સે. મિ. **अक**=૮ સે. મિ., $\angle$**अ**=૯૦°

તેનું અન્તર્વૃત્ત દોરો અને અન્તર્વૃત્તની ત્રિજ્યા માપો.

૫ **अ** ગામથી **ब** ગામ જવાને સીધો રસ્તો ન હોવાથી લોકો **अ** થી ૯ માઇલ દૂર આવેલા **क** ગામે પહેલાં જાય છે, અને ત્યાંથી કાટખુણે વળીને ૧૨ માઇલ ચાલે છે ત્યારે **ब** ગામે પહોંચે છે. સીધો રસ્તો હોત તો તેમને ચાલવાનું અન્તર કેટલું ઓછું થાત?

પત્ર ૧૦

૧ કયા પ્રકારના ત્રિકોણમાં સર્વ સંગમબિન્દુઓ એક જ સુરેખા ઉપર આવે? કયામાં એકનાં એક જ રહે?

૨ △**अबक** ની મધ્યગાઓ **अप, बम, कन** દોરો, દરેકના બનેલા વિભાગ માપો અને દરેકના બન્ને વિભાગ વચ્ચે શો સંબંધ છે તે શોધી કાઢો.

△**पमन** ની ભુજાઓને પણ એ મધ્યગાઓ દુભાગે છે કે નહિ તે માપીને નક્કી કરો.

૩ આઠ સે. મિ. દૂર કેન્દ્રો લઇ પાંચ સે. મિ. ત્રિજ્યા વડે બે વર્તુલો દોરો. તેમનાં છેદબિન્દુઓ જોડનાર સુરેખા માપો. માપ ગણત્રીથી મેળવી શકશો?

૪ નીચેના માપનો ત્રિકોણ દોરોઃ—

बक=૧૨ સે. મિ., $\angle$**ब**=૬૦°, **क**$\angle$=૩૦°

बक ઉપર લંબ **अप** દોરો. **अब** અને **अक** ઉપર અનુક્રમે લંબ **पम** અને **पन** દોરો. **बप, बम** અને **पन** માપો.

૫ એક ટેબલના મધ્યમાં બે મીણબત્તીના કકડા ચાર ઇંચ દૂર ઉભા મૂકેલા છે, તેમાંનો એક કકડો બીજા કરતાં અર્ધી ઉંચાઇનો છે. જો એ બીજા કકડાને સળગાવીએ તો પહેલાનો કેટલો લાંબો પડછાયો પડે?

જરૂરી જવાબ

પત્ર ૧

(૩) ૯ સે. મિ., ૪ સે. મિ. (૪) ૪ સે. મિ.

પત્ર ૨

(૩) ૫ સે. મિ., ૫ સે. મિ. (૪) ૨ સે. મિ., ૩ સે. મિ.

પત્ર ૩

(૩) ૩૦°, ૬૦°, ૯૦°.

પત્ર ૪

(૪) ૧.૫ સે. મિ., ૩.૫ સે. મિ. ૧૨૦°

પત્ર ૫

(૩) ૧૩૫°, ૨૨$\frac{1}{2}$°, ૨૨$\frac{1}{2}$°.

પત્ર ૬

(૩) ૯૦°, ૯૦°, (૪) ૬.૨૫ સે. મિ., ૯૦°.

પત્ર ૭

(૩) ૪ સે. મિ., ૫ સે. મિ., ૫ સે. મિ. (૫) ૪"

પત્ર ૮

(૩) ૬.૪ સે. મિ., ૩.૬ સે. મિ., ૪.૮ સે. મિ., ૪.૮ સે. મિ.
(૪) ૪ સે. મિ., ૪ સે. મિ.

પત્ર ૯

(૩) ૩૦°, ૩૦°, ૧૨૦°. (૪) ૨ સે. મિ. (૫) ૬ માઈલ.

પત્ર ૧૦

(૩) ૬ સે. મિ. (૪) ૩ સે. મિ. ૧.૫ સે. મિ. ૪.૫ સે. મિ.
(૫) ૪"